

# CĂN BẬC HAI VÀ HẰNG ĐẲNG THỨC CĂN BẬC HAI

## 1. Lý thuyết

### 1.1 Căn thức bậc hai

Với A là một biểu thức đại số, người ta gọi  $\sqrt{A}$  là căn thức bậc hai của A, còn A được gọi là biểu thức lấy căn, hay biểu thức dưới dấu căn.

$\sqrt{A}$  xác định (hay có nghĩa) khi A có giá trị không âm

### 1.2. Hằng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

**Định lý:** Với mọi số thực a, ta có  $\sqrt{a^2} = |a|$

**Lưu ý:** Một cách tổng quát, với A là một biểu thức, ta có  $\sqrt{A^2} = |A|$ , nghĩa là

$$\sqrt{A^2} = A \text{ nếu } A \text{ không âm.}$$

$$\sqrt{A^2} = -A \text{ nếu } A \text{ âm.}$$

## 2. Bài tập minh họa

### 2.1. Dạng 1: Tìm điều kiện của biến để biểu thức có nghĩa

Với giá trị nào của a thì biểu thức sau có nghĩa:  $\sqrt{\frac{a}{4}}; \sqrt{4a-9}$

**Hướng dẫn giải:**

$$\text{Để biểu thức } \sqrt{\frac{a}{4}} \text{ có nghĩa thì } \frac{a}{4} \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 0$$

$$\text{Tương tự, } \sqrt{4a-9} \text{ có nghĩa thì } 4a-9 > 0 \Leftrightarrow a \geq \frac{9}{4}$$

### 2.2. Dạng 2: Một số bài toán sử dụng đẳng thức $\sqrt{A^2} = |A|$

**Câu 1.** Rút gọn biểu thức:  $\sqrt{(3-\sqrt{11})^2}; 3\sqrt{(a-2)^2}$  và  $a < 2$

**Hướng dẫn giải:**

$$\sqrt{(3-\sqrt{11})^2} = |3-\sqrt{11}|$$

$$= \sqrt{11}-3$$

$$\text{Vì } \sqrt{11} > 3$$

$$\sqrt{(a-2)^2} = |a-2| = 2-a$$

$$\text{vì } a < 2$$

$$\text{Vậy } 3\sqrt{(a-2)^2} = 6-3a$$

**Câu 2:** Tìm x biết:  $\sqrt{x^2} = -7$ ;  $\sqrt{9x^2} = -12$

**Hướng dẫn giải:**

$$\sqrt{x^2} = |-7| = 7$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 49 \Leftrightarrow x = \pm 7$$

$$\sqrt{9x^2} = |-12| = 12$$

$$\Leftrightarrow 9x^2 = 144$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 16 \Leftrightarrow x = \pm 4$$

**Câu 3:** Giải phương trình:  $x^2 - 2\sqrt{11}x + 11 = 0$

**Hướng dẫn giải:**

$$x^2 - 2\sqrt{11}x + 11 = 0$$

$$\Leftrightarrow x^2 - 2.x.\sqrt{11} + (\sqrt{11})^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x - \sqrt{11})^2 = 0$$

$$\text{Vậy } x = \sqrt{11}$$

**Câu 4:** Chứng minh rằng:  $\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{3} = -1$

**Hướng dẫn giải:**

Nhận thấy

$$4 - 2\sqrt{3}$$

$$= 1^2 - 2.1.\sqrt{3} + (\sqrt{3})^2$$

$$= (1 - \sqrt{3})^2$$

$$\text{Vậy } \sqrt{4-2\sqrt{3}} = |1 - \sqrt{3}| = \sqrt{3} - 1 \text{ (vì } \sqrt{3} > 1)$$

Biến đổi VT, ta có

$$\sqrt{4-2\sqrt{3}} - \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{3} - 1 - \sqrt{3}$$

$$= -1 = VP$$

$$\Rightarrow \text{dpcm}$$

**3. Luyện tập****3.1. Bài tập tự luận**

**Câu 1:** Với giá trị nào của  $a$  thì biểu thức sau có nghĩa:  $\sqrt{\frac{x}{3}}; \sqrt{3x-8}$

**Câu 2:** Rút gọn biểu thức:  $\sqrt{(4-\sqrt{11})^2}; 5\sqrt{(a-4)^2}$  và  $a < 4$

**Câu 3:** Tìm  $x$  biết:  $\sqrt{x^2} = |-6|; \sqrt{9x^2} = |-3|$

**Câu 4:** Giải phương trình:  $x^2 - 2\sqrt{7}x + 7 = 0$

**Câu 5:** Chứng minh rằng:  $\sqrt{7-2\sqrt{6}} - \sqrt{6} = -1$

### 3.2 Bài tập trắc nghiệm

**Câu 1.** Giá trị của  $\sqrt{\sqrt{81}}$  là

- A. 9                                      B. -9                                      C. 3                                      D. -3

**Câu 2.** Giá trị của biểu thức  $36: \sqrt{2.3^2.18} - \sqrt{169}$  là:

- A. 8                                      B. -8                                      C. 11                                      D. -11

**Câu 3.** Rút gọn biểu thức  $2\sqrt{a^2} - 5a$  với a âm là:

- A. -7a                                      B. 3a                                      C. -3a                                      D. 7a

**Câu 4.** Giải phương trình:  $x^2 = 64$ , giá trị x nhận được là:

- A. 8                                      B. -8                                      C.  $2\sqrt{2}$                                       D.  $\pm 8$

**Câu 5.** Điều kiện của x để biểu thức  $\sqrt{-3x-6}$  có nghĩa là:

- A.  $x \leq -2$                                       B.  $x \geq -2$                                       C.  $x > -2$                                       D.  $x < -2$

**Câu 6.** Khẳng định nào sau đây là sai?

- A.  $\sqrt{3x}$  xác định  $\Leftrightarrow x \geq 0$                                       B.  $\sqrt{-9x}$  xác định  $\Leftrightarrow x \geq 0$   
 C.  $\sqrt{\frac{x-5}{3}}$  xác định  $\Leftrightarrow x \geq 5$                                       D.  $\sqrt{\frac{-4}{x-9}}$  xác định khi  $x > 9$

**Câu 7.** Điều kiện xác định của  $\sqrt{\frac{a^2+1}{a^3}}$  là:

- A.  $a \geq 0$                                       B.  $a \leq 0$                                       C.  $a > 0$                                       D.  $a < -1$

**Câu 8.** Điều kiện xác định của  $\sqrt{x^2+x-6}$  là

- A.  $x \leq 2$                                       B.  $x \geq -3$                                       C.  $x \leq -3; x \geq 2$                                       D.  $-3 \leq x \leq 2$

**Câu 9.** Khẳng định nào sau đây sai?

- A.  $8+2\sqrt{15} = (\sqrt{3}+\sqrt{5})^2$                                       B.  $\sqrt{(2-\sqrt{3})^2} = 2-\sqrt{3}$   
 C.  $\sqrt{6-2\sqrt{5}} = \sqrt{5}-1$                                       D.  $\sqrt{10-4\sqrt{6}} = 2-\sqrt{6}$

**Câu 10.** Giải phương trình:  $\sqrt{4x^2} = x+1$

- A. Phương trình có nghiệm  $x = -1$  và  $x = 1/3$   
 B. Phương trình có nghiệm  $x = -1/3$  và  $x = 1$   
 C. Phương trình có nghiệm  $x = 1$  và  $x = -1$   
 D. A, B, C đều sai

**Câu 11.** Giải phương trình:  $\sqrt{x^2+6x+9} = 3x-1$

- A. Phương trình có nghiệm  $x = -2$ .
- B. Phương trình có nghiệm  $x = -2$  và  $x = 2$ .
- C. Phương trình có nghiệm  $x = 3$  và  $x = 2$ .
- D. Phương trình có nghiệm  $x = -3$  và  $x = 2$ .

**Câu 12.** Rút gọn biểu thức:  $P = 2\sqrt{(-3)^6} + 4\sqrt{(-2)^8}$

- A.  $P = -108$
- B.  $P = 118$
- C.  $P = \sqrt{3} + \sqrt{2}$
- D.  $P = 2\sqrt{3} + 4\sqrt{2}$

**Câu 13.** Rút gọn biểu thức:  $Q = \frac{x^2 + 2\sqrt{3}x + 3}{x^2 - 3}; x \neq \sqrt{3}$

- A.  $Q = \frac{x + \sqrt{3}}{x - 3}$
- B.  $Q = \frac{\sqrt{3}}{x - 3}$
- C.  $Q = \frac{x - \sqrt{3}}{x + \sqrt{3}}$
- D.  $Q = \frac{x + \sqrt{3}}{x - \sqrt{3}}$

#### 4. Kết luận

Qua bài giảng Căn thức bậc hai và hằng đẳng thức căn bậc hai này, các em cần hoàn thành 1 số mục tiêu mà bài đưa ra như:

- Khái niệm căn thức bậc hai.
- Vận dụng hằng đẳng thức  $\sqrt{A^2} = |A|$  để làm các bài tập liên quan.