

ÔN TẬP CHƯƠNG 1: CĂN BẬC HAI, CĂN BẬC BA

1. Tóm tắt lý thuyết

Các công thức biến đổi căn thức

$$1. \sqrt{A^2} = |A|$$

$$2. \sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} \quad (\text{với } A \geq 0; B \geq 0)$$

$$3. \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} \quad (\text{với } A \geq 0; B > 0)$$

$$4. \sqrt{A^2 B} = |A| \sqrt{B} \quad (\text{với } B \geq 0)$$

$$5. A\sqrt{B} = \sqrt{A^2 B} \quad (\text{với } A \geq 0; B \geq 0)$$

$$A\sqrt{B} = -\sqrt{A^2 B} \quad (\text{với } A < 0; B \geq 0)$$

$$6. \sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{1}{|B|} \sqrt{AB} \quad (\text{với } AB \geq 0; B \neq 0)$$

$$7. \frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{a\sqrt{B}}{B} \quad (\text{với } B > 0)$$

$$8. \frac{C}{\sqrt{A \pm B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A - B^2} \quad (\text{với } A \geq 0; A \neq B^2)$$

$$9. \frac{C}{\sqrt{A \pm \sqrt{B}}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A - B} \quad (\text{với } A \geq 0; B \geq 0; A \neq B)$$

2. Bài tập minh họa

Các bài tập trọng tâm của chương

Câu 1. Tính cạnh của một hình vuông, biết rằng diện tích hình vuông đó bằng diện tích hình chữ nhật có chiều dài là 16m và chiều rộng là 9m.

Hướng dẫn giải:

$$\text{Diện tích của hình chữ nhật là: } 16 \cdot 9 = 144(m^2)$$

Theo đề, diện tích hình vuông bằng diện tích hình chữ nhật nên cạnh a của hình vuông là: $a^2 = \sqrt{144} \Leftrightarrow a = 12(m)$

Câu 2. Giải phương trình: $x^2 - 2\sqrt{13}x + 13 = 0$

Hướng dẫn giải:

$$x^2 - 2\sqrt{13}x + 13 = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2\sqrt{13}x + (\sqrt{13})^2 = 0 \Leftrightarrow (x - \sqrt{13})^2 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{13}$$

Câu 3. Không dùng máy tính, so sánh hai số $\sqrt{16+64}$ và $\sqrt{16} + \sqrt{64}$. Từ đó rút ra nhận xét gì?

Hướng dẫn giải:

$$\sqrt{16+64} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$\sqrt{16} + \sqrt{64} = 4 + 8 = 12$$

$$\text{Vậy } \sqrt{16} + \sqrt{64} > \sqrt{16+64}$$

Câu 4. Không dùng máy tính, so sánh hai số $\sqrt{100-64}$ và $\sqrt{100} - \sqrt{64}$. Từ đó rút ra nhận xét gì?

Hướng dẫn giải:

$$\sqrt{100-64} = \sqrt{36} = 6$$

$$\sqrt{100} - \sqrt{64} = 10 - 8 = 2$$

$$\text{Vậy } \sqrt{100-64} > \sqrt{100} - \sqrt{64}$$

Nhận xét: Với hai số dương a, b , $a > b$ ta có: $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a + b - 2\sqrt{ab}$

$$(\sqrt{a-b})^2 = a - b$$

$$(\sqrt{a-b})^2 - (\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - b - a - b + 2\sqrt{ab} = 2(\sqrt{ab} - b)$$

$$= 2\sqrt{b}(\sqrt{a} - \sqrt{b}) > 0$$

$$\text{Vậy } \sqrt{a} - \sqrt{b} < \sqrt{a-b}$$

Câu 5. Rút gọn biểu thức chứa biến sau: $\left(1 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(1 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $a \geq 0; a \neq 1$

Với điều kiện trên:

$$\left(1 + \frac{a + \sqrt{a}}{\sqrt{a} + 1}\right) \left(1 - \frac{a - \sqrt{a}}{\sqrt{a} - 1}\right)$$

$$= (1 + \sqrt{a}) \cdot (1 - \sqrt{a}) = 1 - a$$

Câu 6. Thực hiện phép tính: $A = \sqrt{5 + \sqrt{24}} + \sqrt{5 - \sqrt{24}}$

Hướng dẫn giải:

Do A dương nên bình phương đẳng thức, ta được:

$$A^2 = 5 + 5 + \sqrt{24} - \sqrt{24} + 2\sqrt{(5 + \sqrt{24})(5 - \sqrt{24})} = 12$$

$$\text{Vậy } A = 3\sqrt{2}$$

Câu 7. Giải phương trình: $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x} = 2$

Hướng dẫn giải:

Điều kiện: $x \geq \frac{1}{2}$

Với điều kiện trên, đặt $\sqrt{2x-1} = a (a \geq 0)$; $\sqrt{x} = b (b \geq 0)$

Ta có: $a^2 = 2x-1$; $b^2 = x \Rightarrow a^2 - 2b^2 = -1$

Mặt khác: $a + b = 2$

Ta đưa vào hệ:
$$\begin{cases} a + b = 2 \\ a^2 - 2b^2 = -1 \end{cases}$$

Giải hệ trên bằng phương pháp thế:

$\begin{cases} a = 1 \\ b = 1 \end{cases}$ (nhận) và $\begin{cases} a = 7 \\ b = -5 \end{cases}$ (không nhận)

Với $a = 1 \Leftrightarrow x = 1$

Vậy $x = 1$ là nghiệm duy nhất của phương trình

3. Luyện tập

3.1 Bài tập tự luận

Câu 1. Tính cạnh của một hình vuông, biết rằng diện tích hình vuông đó bằng diện tích hình tam giác có cạnh đáy và chiều cao lần lượt là 50cm và 25cm.

Câu 2. Giải phương trình: $x^2 - 2\sqrt{7}x + 7 = 0$

Câu 3. Không dùng máy tính, so sánh

a) $\sqrt{25} + \sqrt{36}$ và $\sqrt{25+36}$. b) $\sqrt{225} - \sqrt{169}$ và $\sqrt{225-169}$.

Câu 5. Rút gọn biểu thức chứa biến sau: $P = \left(\frac{2}{\sqrt{x}-2} + \frac{\sqrt{x}-1}{2\sqrt{x}-x} \right) : \left(\frac{\sqrt{x}+2}{\sqrt{x}} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}-2} \right)$

Câu 6. Thực hiện phép tính: $A = \sqrt{7+\sqrt{24}} + \sqrt{7-\sqrt{24}}$

Hướng dẫn giải: Do A dương nên bình phương đẳng thức, ta được:

$$A^2 = 5+5 + \sqrt{24} - \sqrt{24} + 2\sqrt{(5+\sqrt{24})(5-\sqrt{24})} = 12$$

Vậy $A = 3\sqrt{2}$

Câu 7. Giải phương trình: $\sqrt{2x-1} + \sqrt{x} = 2$

3.2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Thực hiện phép tính $5\sqrt{12} + 2\sqrt{75} - 5\sqrt{48} + 4\sqrt{147}$

A. $25\sqrt{3}$ B. $-25\sqrt{3}$ C. 0 D. $28\sqrt{3}$

Câu 2. Rút gọn biểu thức $\sqrt{\frac{4}{(2-\sqrt{5})^2}} - \sqrt{\frac{4}{(2+\sqrt{5})^2}}$ là:

A. $4\sqrt{5}$ B. $-4\sqrt{5}$ C. 8 D. -8

Câu 3. Giá trị của biểu thức $A = \sqrt{2 + \sqrt{3} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3} - \sqrt{(2\sqrt{3} - 3)^2}}}$ là:

- A. 2 B. $2\sqrt{3}$ C. $\sqrt{2\sqrt{3}}$ D. 4

Câu 4. Cho $B = \left(1 - \frac{4}{\sqrt{x+1}} + \frac{1}{x-1}\right) : \frac{x-2\sqrt{x}}{x-1}$ với $x > 0; x \neq 1; x \neq 4$

Giá trị của x để $B = 2$ là:

- A. $x = 2$ B. $x = 1$ C. $x = 0$ D. Không tồn tại x

Câu 5. Cho biểu thức $C = \left(\frac{\sqrt{x+2}}{x+2\sqrt{x+1}} - \frac{\sqrt{x-2}}{x-1}\right) \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}}$ với $x > 0; x \neq 1$

Số nghiệm x thỏa bài toán để C nguyên là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 6. Khẳng định nào đúng

- A. căn bậc hai của 121 là 11 B. căn bậc hai của 144 là 12
C. $\sqrt{169} = \pm 13$ D. căn bậc hai của 225 là 15 và -15

Câu 7. Giải phương trình: $\sqrt{x} = -2$

- A. $x = -4$ B. $x = 4$
C. $x = \pm 4$ D. phương trình vô nghiệm

4. Kết luận

Chúng ta vừa kết thúc Chương 1: Căn bậc hai, căn bậc 3 của phân môn Đại số 9. Đây là kiến thức nền tảng giúp các em biết và vận dụng để giải các bài toán. Đây là bài ôn tập toàn bộ chương I, giúp các em nắm chắc kiến thức bằng lý thuyết và các bài tập minh họa. Chúc các em ôn tập tốt và dành được điểm số cao trong bài kiểm tra chương này.