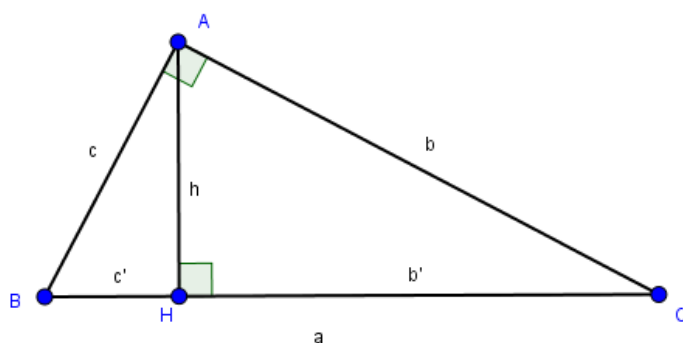


BÀI 1: MỘT SỐ HỆ THỨC LƯỢNG VỀ CẠNH VÀ ĐƯỜNG CAO TRONG TAM GIÁC VUÔNG

1. Tóm tắt lý thuyết

1.1. Hệ thức giữa cạnh góc vuông và hình chiếu của nó trên cạnh huyền



Hình 1

Định lý 1: Trong một tam giác vuông, bình phương mỗi cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền và hình chiếu của cạnh góc vuông đó trên cạnh huyền.

Tam giác ABC vuông tại A (hình 1), ta có:

$$b^2 = a.b' , c^2 = a.c'$$

1.2. Một số hệ thức liên quan tới đường cao

Định lý 2: Trong một tam giác vuông, bình phương đường cao ứng với cạnh huyền bằng tích hai hình chiếu của hai cạnh góc vuông trên cạnh huyền.

Cụ thể ở hình 1, ta có: $h^2 = b'.c'$

Định lý 3: Trong một tam giác vuông, tích hai cạnh góc vuông bằng tích của cạnh huyền và đường cao tương ứng.

Cụ thể ở hình 1, ta có: $b.c = a.h$

Định lý 4: Trong một tam giác vuông, nghịch đảo của bình phương đường cao ứng với cạnh huyền bằng tổng các nghịch đảo của bình phương hai cạnh góc vuông.

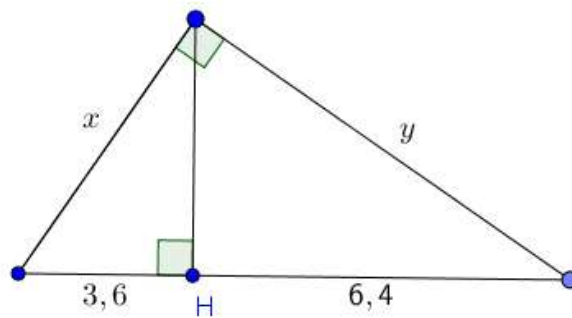
Cụ thể ở hình 1, ta có: $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ hay $h = \frac{b.c}{\sqrt{b^2 + c^2}}$

Chú ý: Trong các ví dụ và các bài tập tính toán bằng số của chương này, các số đo độ dài ở mỗi bài nếu không ghi đơn vị ta quy ước là cùng đơn vị đo.

2. Bài tập minh họa

2.1. Dạng 1. Bài toán sử dụng Định lý 1

Tính: x, y



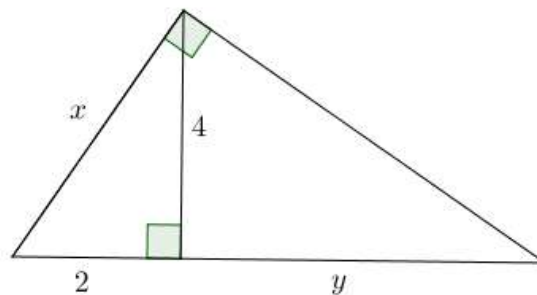
Hướng dẫn giải:

Áp dụng định lý 1 ta có: $x^2 = 3,6.(3,6 + 6,4) = 3,6.10 = 36 \Rightarrow x = 6$

Tương tự: $y^2 = 6,4.(3,6 + 6,4) = 6,4.10 = 64 \Rightarrow y = 8$

2.2. Dạng 2: Bài toán sử dụng định lý 2

Tính: x, y



Hướng dẫn giải:

Áp dụng định lý số 2, ta có: $4^2 = 2.y \Rightarrow y = 8.$

Áp dụng định lý 1, ta có: $x^2 = 2.(2 + 8) = 2.10 = 20 \Rightarrow x = 2\sqrt{5}$

2.3. Dạng 3: Bài toán sử dụng định lý 3

Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AB:AC = 3:4$ và $AH=12$. Tính chu vi tam giác ABC

Hướng dẫn giải:

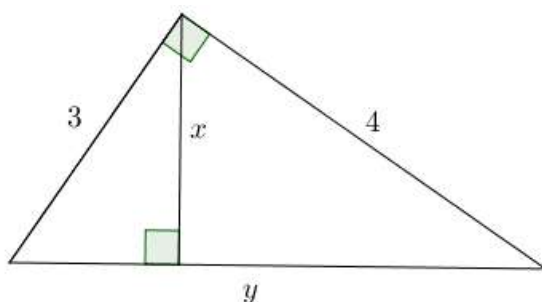
Đặt: $AB = 3k, AC = 4k \Rightarrow BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{9k^2 + 16k^2} = 5k$

Áp dụng định lý 3, ta có: $AB.AC = BC.AH \Leftrightarrow 3k.4k = 5k.12 \Rightarrow k = 5$

$\Rightarrow AB = 15; AC = 20; BC = 25$ và $P = 60$

2.4. Dạng 4: Bài toán sử dụng định lý 4

Tính: x, y



Hướng dẫn giải:

$$\text{Áp dụng định lý 4, ta có: } \frac{1}{x^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \Rightarrow x = \frac{b.c}{\sqrt{b^2 + c^2}} = \frac{3.4}{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{12}{5}$$

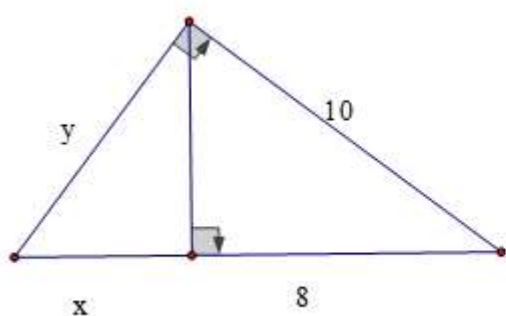
$$\text{Áp dụng định lý 3, ta có: } x.y = 3.4 \Rightarrow y = \frac{3.4}{x} = \frac{12}{\frac{12}{5}} = 5$$

(có thể tính y trước bằng định lý Py-ta-go sau đó tính x)

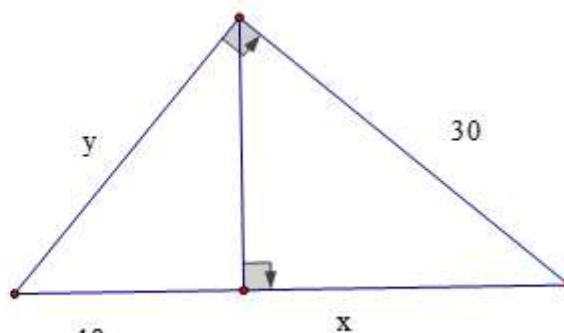
3. Luyện tập

3.1 Bài tập tự luận

Câu 1. Tính x, y trong mỗi hình sau



Hình 1



Hình 2

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A, $AB : AC = 7 : 24$, $BC = 625$ cm. Tính độ dài hình chiếu của hai cạnh góc vuông trên cạnh huyền.

Câu 3. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AC = 20$ cm, $BH = 9$ cm. Tính độ dài BC và AH.

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Biết $AB/AC = 20/21$ và $AH = 420$. Tính chu vi tam giác ABC

Câu 5. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Cho biết $AC/AB = \sqrt{2}$; $HC - HB = 2$ cm. Tính:

- Tỉ số $HC : HB$.
- Các cạnh của tam giác ABC.

Câu 6: Cho tam giác nhọn ABC, hai đường cao BD và CE cắt nhau tại H. Trên HB, HC lần lượt lấy các điểm M, N sao cho góc AMC bằng góc ANB bằng 90°. Chứng minh rằng $AM = AN$

Câu 7. Cho tam giác ABC đường cao AH. Vẽ $HD \perp AB$. Tia phân giác của góc AHC cắt AC tại F. Biết $AB = 6\text{cm}$, $AC = 8\text{cm}$, $BD = 10\text{cm}$. Tính:

a) Độ dài AH.

b) Chu vi tam giác ADF.

Câu 8. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. Gọi D và E lần lượt là hình chiếu của H trên AB, AC. Chứng minh rằng $\sqrt{HB.HC} = \sqrt[3]{BD.CE.BC}$.

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A có diện tích S không đổi. Gọi p là chu vi của nó. Tìm giá trị nhỏ nhất của p.

3.2 Bài tập trắc nghiệm

Câu 1. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 6$, $BC = 10$. AH là đường cao. Độ dài BH và AH lần lượt là:

A. $BH=6,4$; $AH=4,6$ B. $BH=3,6$; $AH=4,8$ C. $BH=3,6$; $AH=6,4$ D. $BH=6,4$; $AH=4,8$

Câu 2. Cho tam giác ABC vuông tại A, có đường cao AH. Biết $BH=9$, $CH=7$. Độ dài AB và AC lần lượt là

A. $AB = 3\sqrt{7}$, $AC = 12$

B. $AB = 12$, $AC = 3\sqrt{7}$

C. $AB = 12$, $AC = 4\sqrt{7}$

D. $AB = 3\sqrt{7}$, $AC = 4\sqrt{7}$

Câu 3. Tam giác ABC vuông tại A có $AB=AC$. Biết đường cao $AH=4$. Tính AB, AC

A. $AB = AC = 2\sqrt{2}$

B. $AB = AC = 8$

C. $AB = AC = 8\sqrt{2}$

D. $AB = AC = 4\sqrt{2}$

Câu 4. Cho tam giác ABC vuông tại A có đường cao $AH=12$, Biết $BH-CH=7$. Độ dài cạnh BC là bao nhiêu

A. $BC=23$

B. $BC=24$

C. $BC=25$

D. $BC=26$

Câu 5. Tam giác vuông ABC có: $AB:AC$ lần lượt tỉ lệ với 3:4. Biết $AH=6$. Cạnh BC có độ dài là bao nhiêu

A. $BC=11,5$

B. $BC=12$

C. $BC=12,5$

D. $BC=13$

Câu 6. Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH. $AB = 9\text{cm}$, $AC = 12\text{cm}$. Tìm khẳng định sai

A. $BC = 15\text{cm}$

B. $AH = 6,2\text{cm}$

C. $BH = 5,4\text{cm}$

D. $CH = 9,6\text{cm}$

Câu 7. Cho tam giác OEF vuông tại O có đường cao OI. Có $IE = 3$, $IF = 12$. Tính OE, OF

A. $OE = 3\sqrt{5}$; $OF = 6\sqrt{5}$

B. $OE = 5\sqrt{3}$; $OF = 3\sqrt{2}$

C. $OE = 4\sqrt{2}$; $OF = 6\sqrt{3}$

D. Một đáp số khác

Câu 8. Tam giác ABC vuông tại A, đường cao AI có $AB = 13$, $AI = 12$. Diện tích tam giác ABC là:

- A. 90,8 B. 189,5 C. 202,8 D. 220

Câu 9. Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao AH có $AB = 2,5$ và $AC = 5$. Vậy AH là:

- A. $3\sqrt{3}$ B. $23\sqrt{5}$ C. $5\sqrt{3}$ D. Một kết quả khác

Câu 10. Tam giác ABC vuông tại A có $AB/AC = 2/3$. $BC = 2\sqrt{13}$. Độ dài AH của tam giác ABC là:

- A. 2,5 B. 2,8 C. 3,1 D. 3,3

Câu 11. Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = 18$, $AC = 24$. Đường phân giác trong và ngoài góc B cắt AC lần lượt tại M và N. Độ dài MN là:

- A. 45 B. 47 C. 50 D. 54

Câu 12. Cho tam giác MON vuông tại O, đường phân giác của góc O cắt cạnh huyền MN thành hai đoạn $6\frac{3}{7}$ và $8\frac{4}{7}$. Diện tích tam giác MON bằng?

- A. 42 B. 48 C. 54 D. 108

Câu 13. Tam giác ABC có ba cạnh tỉ lệ với 3: 4: 5 và chu vi của tam giác đó là 96. ABC là tam giác gì?

- A. tam giác cân B. tam giác vuông
C. tam giác vuông cân D. tam giác đều

4. Kết luận

Qua bài giảng **Một số hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông** này, các em cần hoàn thành 1 số mục tiêu mà bài đưa ra như:

- Nắm vững hệ thức giữa cạnh góc vuông và hình chiếu của nó trên cạnh huyền, một số hệ thức liên quan đến đường cao.