

# HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC

## 1. Lý thuyết

### 1.1. Hàm số sin và hàm số cosin

#### a) Hàm số sin

Xét hàm số  $y = \sin x$

Tập xác định:  $D = \mathbb{R}$ .

Tập giá trị:  $[-1;1]$ .

Hàm số tuần hòa với chu kỳ  $2\pi$ .

Sự biến thiên:

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng  $\left(-\frac{\pi}{2} + k2\pi; \frac{\pi}{2} + k2\pi\right)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

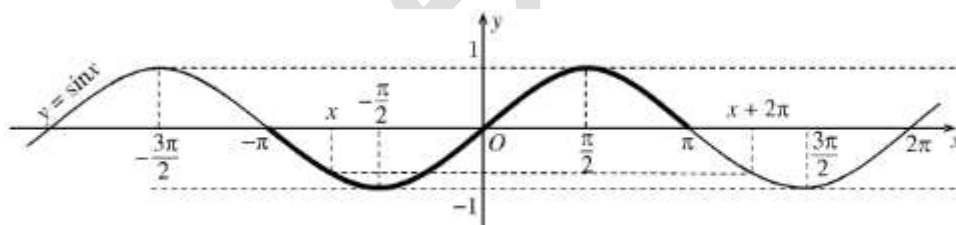
Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng  $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

Đồ thị hàm số  $y = \sin x$

Đồ thị là một đường hình sin.

Do hàm số  $y = \sin x$  là hàm số lẻ nên đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

Đồ thị hàm số  $y = \sin x$ :



#### b) Hàm số cosin

Xét hàm số  $y = \cos x$

Tập xác định:  $\mathbb{R}$

Tập giá trị:  $[-1;1]$ .

Hàm số tuần hòa với chu kỳ:  $2\pi$

Sự biến thiên:

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng  $(-\pi + k2\pi; k2\pi)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

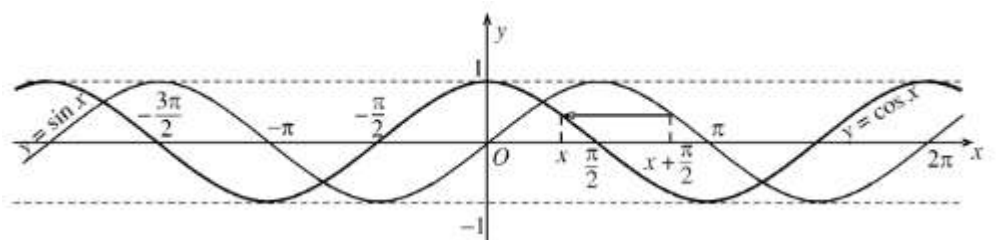
Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng  $(k2\pi; \pi + k2\pi)$ ,  $k \in \mathbb{Z}$ .

Đồ thị hàm số  $y = \cos x$

Đồ thị hàm số là một đường hình sin.

Hàm số  $y = \cos x$  là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng.

Đồ thị hàm số  $y = \cos x$ :



## 1.2. Hàm số tan và hàm số cot

### a) Hàm số $y = \tan x$

Tập xác định  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, (k \in \mathbb{Z}) \right\}$ .

Hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ .

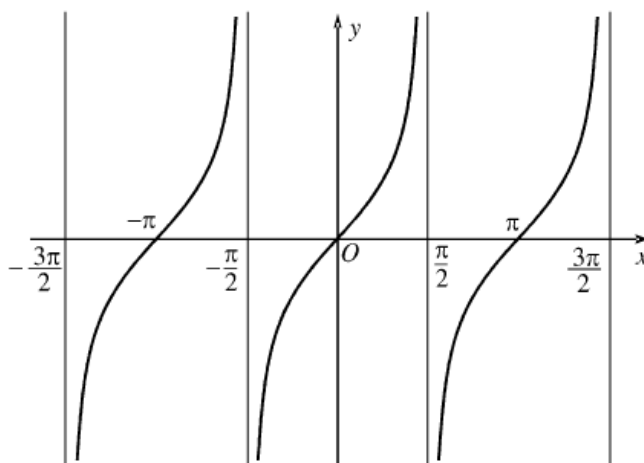
Tập giá trị là  $\mathbb{R}$ .

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng  $\left( -\frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi \right), k \in \mathbb{Z}$ .

Đồ thị hàm số  $y = \tan x$

Hàm số  $y = \tan x$  là hàm số lẻ nên đồ thị nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng.

Đồ thị hàm số  $y = \tan x$ :



### b) Hàm số $y = \cot x$

Tập xác định  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, (k \in \mathbb{Z})\}$ .

Tập giá trị là  $\mathbb{R}$ .

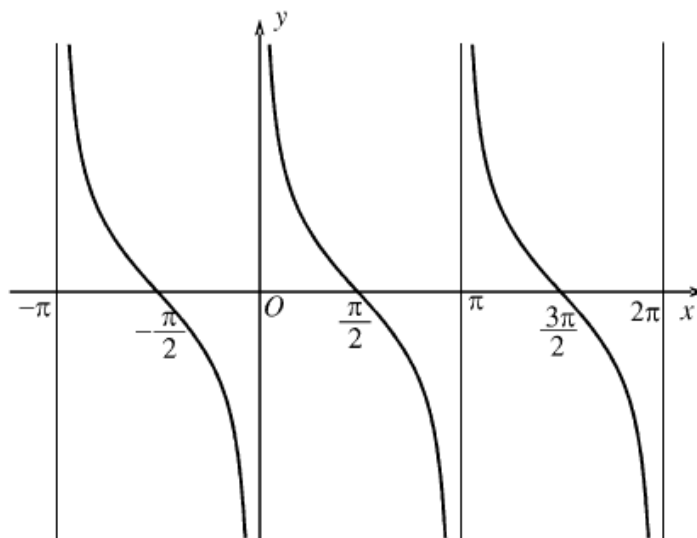
Hàm số tuần hoàn với chu kỳ  $\pi$ .

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng  $(k\pi; \pi + k\pi), k \in \mathbb{Z}$ .

Đồ thị hàm số  $y = \cot x$

Hàm số  $y = \cot x$  là hàm số lẻ nên đồ thị nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

Đồ thị hàm số  $y = \cot x$ :



## 2. Bài tập minh họa

### 2.1 Dạng 1: Tìm tập xác định

**Câu 1:** Tìm tập xác định các hàm số sau:

a)  $y = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$

b)  $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$

c)  $y = \cot\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$

**Hướng dẫn giải:**

a) Hàm số  $y = \frac{1 + \sin x}{\cos x}$  xác định khi  $\cos x \neq 0$  hay  $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

b) Hàm số  $y = \tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  xác định khi  $x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi (k \in \mathbb{Z})$ .

c) Hàm số  $y = \cot\left(\frac{\pi}{3} - 2x\right)$  xác định khi  $\frac{\pi}{3} - 2x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{\pi}{6} - k\frac{\pi}{2} (k \in \mathbb{Z})$ .

### 2.2. Dạng 2: Tìm tập giá trị

**Câu 2:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

$$a) y = 3\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1$$

$$b) y = \sqrt{1 + \cos 2x} - 5$$

**Hướng dẫn giải:**

$$a) \text{ Ta có: } -1 \leq \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 1 \Rightarrow -3 \leq 3\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \leq 3$$

$$\Rightarrow -2 \leq 3\sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) + 1 \leq 4$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 4, giá trị nhỏ nhất của hàm số là -2.

$$b) \text{ Ta có: } -1 \leq \cos 2x \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 1 + \cos 2x \leq 2$$

$$\Rightarrow 0 \leq \sqrt{1 + \cos 2x} \leq \sqrt{2} \Rightarrow -5 \leq \sqrt{1 + \cos 2x} - 5 \leq \sqrt{2} - 5$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là  $\sqrt{2} - 5$ , giá trị nhỏ nhất của hàm số là -5.

### 2.3. Dạng 3: Tìm chu kỳ tuần hoàn

**Câu 3:** Tìm chu kỳ tuần hoàn của các hàm số lượng giác sau:

$$a) y = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x$$

$$b) y = 2\cos 2x$$

$$c) y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$$

**Hướng dẫn giải:**

Phương pháp: Khi tìm chu kỳ của hàm số lượng giác, ta cần biến đổi biểu thức của hàm số đã cho về một dạng tối giản và lưu ý rằng:

Hàm số  $y = \sin x, y = \cos x$  có chu kỳ  $T = 2\pi$ .

Hàm số  $y = \tan x, y = \cot x$  có chu kỳ  $T = \pi$ .

Hàm số  $y = \sin(ax + b), y = \cos(ax + b)$  với  $a \neq 0$  có chu kỳ  $T = \frac{2\pi}{|a|}$ .

Hàm số  $y = \tan(ax + b), y = \cot(ax + b)$  với  $a \neq 0$  có chu kỳ  $T = \frac{\pi}{|a|}$ .

$$a) \text{ Hàm số } y = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\cos 2x \text{ có chu kỳ tuần hoàn là } T = \frac{2\pi}{|2|} = \pi.$$

b) Hàm số  $y = 2\cos 2x$  có chu kì tuần hoàn là  $T = \frac{2\pi}{|2|} = \pi$ .

c) Hàm số  $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{4}\right)$  có chu kì tuần hoàn là  $T = \frac{\pi}{|2|} = \frac{\pi}{2}$ .

### 3. Luyện tập

#### 3.1. Bài tập tự luận

**Câu 1:** Tìm tập xác định các hàm số sau:

a)  $y = \frac{\cos x - 3}{\sin x}$

b)  $y = \cot\left(x - \frac{\pi}{6}\right)$

c)  $y = \tan\left(\frac{\pi}{2} - 3x\right)$

**Câu 2:** Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của các hàm số sau:

a)  $y = 4\cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 5$

b)  $y = \sqrt{\sin 3x + 1} - 5$

**Câu 3:** Tìm chu kì tuần hoàn của các hàm số lượng giác sau:

a)  $y = \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\sin x$

b)  $y = 2\sin 3x$

c)  $y = \cot\left(x + \frac{\pi}{3}\right)$

#### 3.2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 1.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \sqrt{3 - \sin x}$ .

A.  $\emptyset$

B.  $[-1; 1]$

C.  $(-\infty; 3]$

D.  $\mathbb{R}$

**Câu 2.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \tan\left(2x + \frac{\pi}{3}\right)$ .

A.  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$

C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{12} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

**Câu 3.** Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số  $y = 2\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) + 3$

A. M=5; m=1

B. M=5; m=-1

C. M=3; m=1

D. M=5; m=3

**Câu 4.** Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số  $y = \sin^4 x + \cos^4 x$ .

A. M=0

B. M=1

C. M=2

D.  $M = \frac{1}{2}$

**Câu 5.** Tìm tập giá trị của hàm số  $y = 1 - 2|\sin 3x|$ .

A. [-1;1]

B. [0;1]

C. [-1;0]

D. [-1;3]

**Câu 6.** Tìm tập xác định của hàm số  $y = \cot x$

A.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D.  $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

**Câu 7.** Tập xác định của hàm số  $y = \tan x$

A.  $\mathbb{R}$

B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

D.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z} \right\}$

$\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

**Câu 8.** Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số lần lượt là:

A. -8 và -2

B. 2 và 8

C. -5 và 2

D. -5 và 3

**Câu 9.** Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số  $y = 7 - 2\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$  lần lượt là:

A. -2 và 7

B. -2 và 2

C. 5 và 9

D. 4 và 7

**Câu 10.** Tập xác định của hàm số  $y = \frac{\tan x}{\cos x - 1}$

A.  $\mathbb{R} \setminus \{k2\pi, k \in \mathbb{Z}\}$

B.  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$

C.  $R \setminus \left\{ k2\pi; \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in Z \right\}$

D.  $R \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi; \frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in Z \right\}$

#### 4. Kết luận

Bài học này giới thiệu đến các em những nội dung cơ bản nhất về hàm số lượng giác. Đây là một dạng toán nền tảng không chỉ trong phạm vi khảo sát hàm số lượng giác mà còn được ứng dụng trong việc giải phương trình lượng giác, sự đơn điệu của hàm số lượng giác.

www.eLib.vn