

## PHÉP ĐỐI DỨNG TÂM

### 1. Lý thuyết

#### 1.1. Phép đối xứng tâm

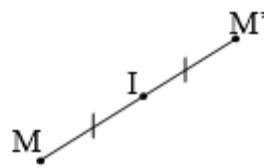
##### a) Định nghĩa

Ký hiệu:  $\mathcal{D}_I$

-  $I$  gọi là tâm đối xứng.

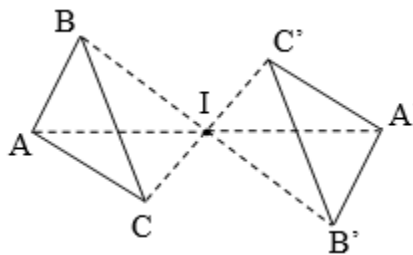
- Nếu  $\mathcal{D}_I(H) = H'$  thì ta gọi  $H$  đối xứng với  $H'$  qua tâm  $I$  hay  $H$  và  $H'$  đối xứng nhau qua tâm  $I$ .

- Ta có:  $\mathcal{D}_I(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM}$



##### b) Biểu diễn ảnh qua phép đối xứng tâm

- Ví dụ: Cho tam giác  $ABC$  và điểm  $I$ . Hãy biểu diễn ảnh  $A'B'C'$  của  $ABC$  qua phép đối xứng tâm  $I$ .



$\mathcal{D}_I(ABC) = A'B'C'$ .

##### c) Chú ý

Ta có:  $\mathcal{D}_I(M) = M' \Leftrightarrow \mathcal{D}_I(M') = M$ .

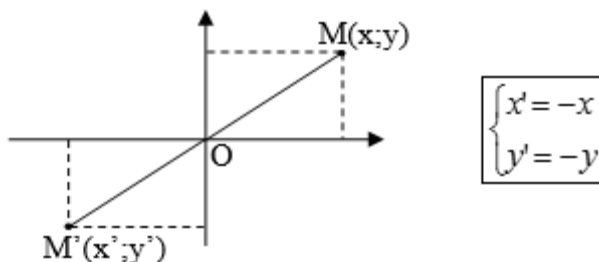
Chứng minh:  $\mathcal{D}_I(M) = M' \Leftrightarrow \overrightarrow{IM'} = -\overrightarrow{IM} \Leftrightarrow \overrightarrow{IM} = -\overrightarrow{IM'} \Leftrightarrow \mathcal{D}_I(M') = M$ .

#### 1.2. Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm

##### a) Biểu thức tọa độ của phép đối xứng qua gốc tọa độ

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy cho  $M(x;y)$ , gọi độ  $M'(x';y')$  là ảnh của  $M$  qua phép đối xứng tâm  $O$  ta có:

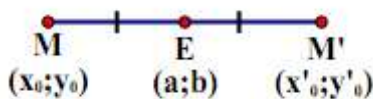
$$\mathcal{D}_O(M) = M' \text{ thì: } \begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases}$$



**b) Biểu thức tọa độ của phép đối xứng tâm bất kì**

Trong hệ tọa độ Oxy, cho  $E(a;b), M(x_0; y_0)$ .  $\Delta E(M) = M'(x'_0; y'_0)$  có biểu thức tọa độ:

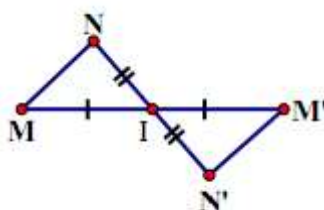
$$\begin{cases} x'_0 = 2a - x_0 \\ y'_0 = 2a - y_0 \end{cases}$$



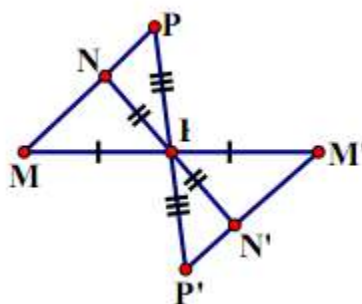
**1.3. Tính chất**

**Tính chất 1:**

Nếu  $\Delta I(M) = M'$  và  $\Delta I(N) = N'$  thì:  $\begin{cases} M'N' = MN \\ \overrightarrow{M'N'} = -\overrightarrow{MN} \end{cases}$



Nếu ba điểm M, N, P thẳng hàng theo thứ tự thì qua phép đối xứng tâm biến thành M', N', P' tương ứng cũng thẳng hàng theo thứ tự đó.



**Tính chất 2:**

Phép đối xứng tâm biến đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó, biến đoạn thẳng thành đoạn thẳng bằng nó, biến tam giác thành tam giác bằng nó, biến đường tròn thành đường tròn có cùng bán kính.

**1.4. Tâm đối xứng của một hình**

Điểm I được gọi là tâm đối xứng của hình H nếu phép đối xứng qua I biến H thành chính nó.

⇒ Ta gọi H là hình có tâm đối xứng.



## 2. Bài tập minh họa

**Câu 1:** Cho  $A(-1;3)$ ,  $d: x-2y+3=0$ . Tìm ảnh của điểm A và d qua phép đối xứng tâm O.

### Hướng dẫn giải:

Ý 1:  $A' = \text{ĐO}(A)$  suy ra  $A'(1;-3)$ .

Ý 2:

#### **Cách 1:**

Lấy  $M(x, y) \in d \Rightarrow \text{ĐO}(M) = M'$  có tọa độ:  $\begin{cases} x' = -x \\ y' = -y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -x' \\ y = -y' \end{cases} \Rightarrow M(-x', -y')$

$$M \in d \Rightarrow (-x') - 2(-y') + 3 = 0 \Leftrightarrow x' - 2y' - 3 = 0.$$

Vậy phương trình d' là:  $x - 2y - 3 = 0$ .

#### **Cách 2:**

d' là ảnh của d qua phép đối xứng tâm suy ra d' song song hoặc trùng với d.

Suy ra phương trình d' có dạng:  $x - 2y + m = 0$ .

Ta có:  $M(3;0) \in d$

$$\text{ĐO}(M) = M'(x', y') \text{ với: } \begin{cases} x' = -x_M = -3 \\ y' = -y_M = 0 \end{cases}$$

$$M' \in d' \Rightarrow 3 - 2 \cdot 0 + m = 0 \Leftrightarrow m = -3.$$

Vậy phương trình của d' là:  $x - 2y - 3 = 0$ .

**Câu 2:** Cho đường tròn (C):  $(x+2)^2 + (y-1)^2 = 1$ . Viết phương trình (C') là ảnh của (C) qua phép đối xứng tâm O(0;0).

### Hướng dẫn giải:

Đường tròn (C) có tâm I(-2;1) bán kính R=1.

Gọi I', R' lần lượt là tâm và bán kính (C') ta có:  $R' = R = 1$ .

$$I' = \text{ĐO}(I) \text{ suy ra: } \begin{cases} x_I' = -x_I = 2 \\ y_I' = -y_I = -1 \end{cases}$$

Vậy phương trình đường tròn (C') là:  $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 1$ .

**Câu 3:** Cho  $I(2;-3)$ ,  $d: 3x+2y-1=0$ . Viết phương trình  $d'$  là ảnh của  $d$  qua phép đối xứng tâm  $I$ .

**Hướng dẫn giải:**

Lấy  $M(x, y) \in d \Rightarrow \text{ĐI}(M) = M'$  có tọa độ:

$$\begin{cases} x' = 4 - x \\ y' = -6 - y \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 - x' \\ y = -6 - y' \end{cases} \Rightarrow M(4 - x', -6 - y')$$

$$M \in d \Rightarrow 3(4 - x') + 2(-6 - y') - 1 = 0 \Leftrightarrow -3x' - 2y' - 1 = 0 \Leftrightarrow 3x' + 2y' + 1 = 0.$$

Vậy phương trình  $d'$  là:  $3x + 2y + 1 = 0$ .

### 3. Luyện tập

#### 3.1. Bài tập tự luận

**Câu 1:** Cho  $A(2;-5)$ ,  $d: 3x+2y+1=0$ . Tìm ảnh của điểm  $A$  và  $d$  qua phép đối xứng tâm  $O$ .

**Câu 2:** Cho đường tròn  $(C): (x-1)^2 + (y+2)^2 = 4$ . Viết phương trình  $(C')$  là ảnh của  $(C)$  qua phép đối xứng tâm  $O(0;0)$ .

**Câu 3:** Cho  $I(-4;-1)$ ,  $d: 3x+3y-7=0$ . Viết phương trình  $d'$  là ảnh của  $d$  qua phép đối xứng tâm  $I$ .

#### 3.2. Bài tập trắc nghiệm

**Câu 1:** Trong các hình sau đây, hình nào không có tâm đối xứng?

- A. Hình gồm một đường tròn và một hình chữ nhật nội tiếp.
- B. Hình gồm một đường tròn và một tam giác đều nội tiếp.
- C. Hình lục giác đều.
- D. Hình gồm một hình vuông và đường tròn nội tiếp.

**Câu 2:** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng  $d: 3x-2y-1=0$ . Ảnh của đường thẳng  $d$  qua phép đối xứng tâm  $O$  có phương trình là:

- A.  $3x+2y+1=0$
- B.  $-3x+2y-1=0$
- C.  $3x+2y-1=0$
- D.  $3x-2y-1=0$

**Câu 3:** Trong mặt phẳng Oxy, cho đường tròn  $(S)$  có tâm  $I(3;-2)$ , bán kính  $R=3$ . Viết phương trình ảnh của đường tròn  $(S)$  qua phép đối xứng tâm  $O$ .

- A.  $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 9$ .
- B.  $(x+3)^2 + (y+2)^2 = 9$ .
- C.  $(x-3)^2 + (y+2)^2 = 9$ .
- D.  $(x-3)^2 + (y-2)^2 = 9$ .

**Câu 4:** Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường thẳng  $(\Delta): Ax+By+C=0$  và điểm  $I(a;b)$ . Phép đối xứng tâm  $I$  biến đường thẳng  $\Delta$  thành đường thẳng  $\Delta'$ . Viết phương trình  $\Delta'$ .

- A.  $(\Delta'): Ax+By+C-2aA-2bB=0$ .
- B.  $(\Delta'): Ax-B y+C-2aA-2bB=0$ .

C.  $(\Delta'): Ax - By - C - 2aA - 2bB = 0$ .

D.  $(\Delta'): Ax + By - C - 2aA - 2bB = 0$ .

**Câu 5:** Cho hai khẳng định sau:

(I) Nếu một hình nào đó có hai trục đối xứng vuông góc với nhau thì hình đó có tâm đối xứng.

(II) Cho phép đối xứng tâm  $ĐO$  và đường thẳng  $d$  không qua  $O$ . Có thể dựng  $d'$  là ảnh của  $d$  qua  $ĐO$  mà chỉ sử dụng compa một lần và thước thẳng ba lần.

Chọn kết luận đúng:

A. (I) đúng; (II) sai.

B. (I) sai; (II) đúng.

C. (I) và (II) đều đúng.

D. (I) và (II) đều sai.

**Câu 6:** Trong mặt phẳng Oxy cho điểm  $M(2; -6)$  và điểm  $I(1; 4)$ . Phép đối xứng tâm  $I$  biến  $M$  thành  $M'$  thì tọa độ  $M'$  là:

A.  $M'(0; 14)$

B.  $M'(14; 0)$

C.  $M'(-3/2; -2)$

D.  $M'(-1/2; 5)$

**Câu 7:** Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng  $d$  có phương trình  $2x - 6y + 5 = 0$  điểm  $I(2; -4)$ . Phép đối xứng tâm  $I$  biến  $d$  thành  $d'$  có phương trình:

A.  $2x - 6y - 5 = 0$

B.  $2x - 6y - 61 = 0$

C.  $6x - 2y + 5 = 0$

D.  $6x - 2y + 61 = 0$

**Câu 8:** Có bao nhiêu phép đối xứng tâm biến hình chữ nhật thành chính nó?

A. Một

B. Hai

C. Ba

D. Không

**Câu 9:** Hình nào dưới đây vừa có tâm đối xứng vừa có trục đối xứng?

A. Hình bình hành

B. Hình chữ nhật

C. Tam giác đều

D. Tam giác cân

**Câu 10:** Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn  $(C)$  có phương trình  $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 9$  và đường tròn  $(C')$  có phương trình  $(x - 3)^2 + (y + 3)^2 = 9$ . Phép đối xứng tâm  $K$  biến  $(C)$  thành  $(C')$ . tọa độ của  $K$  là:

A.  $K(2; -4)$

B.  $K(3; -3)$

C.  $K(-7/2; 5/2)$

D.  $K(5/2; -7/2)$

#### 4. Kết luận

Nội dung bài học giới thiệu đến các em khái niệm, tính chất, biểu thức tọa độ và các dạng toán liên quan đến Phép đối xứng tâm. Thông qua các ví dụ minh học có hướng dẫn giải chi tiết các em sẽ dễ dàng nắm được phương pháp giải bài tập ở dạng toán này.