

## BÀI 4: LIÊN HỆ GIỮA PHÉP CHIA VÀ PHÉP KHAI PHƯƠNG

### 1. Giải bài 28 trang 18 SGK Toán 9 tập 1

Tính

a)  $\sqrt{\frac{289}{225}}$

b)  $\sqrt{2\frac{14}{25}}$

c)  $\sqrt{\frac{0,25}{9}}$

d)  $\sqrt{\frac{8,1}{1,6}}$

#### 1.1. Phương pháp giải

Khai phương một thương có nghĩa  $\frac{a}{b}$ , a là số không âm và b dương, ta có thể lần lượt khai phương số a và số b rồi lấy tử số chia cho mẫu số

#### 1.2. Hướng dẫn giải

Câu a:  $\sqrt{\frac{289}{225}} = \frac{\sqrt{289}}{\sqrt{225}} = \frac{17}{15}$

Câu b:  $\sqrt{2\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}} = \frac{8}{5}$

Câu c:  $\sqrt{\frac{0,25}{9}} = \frac{\sqrt{0,25}}{\sqrt{9}} = \frac{0,5}{3} = \frac{1}{6}$

Câu d:  $\sqrt{\frac{8,1}{1,6}} = \sqrt{\frac{81}{16}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{16}} = \frac{9}{4}$

### 2. Giải bài 29 trang 19 SGK Toán 9 tập 1

Tính

a)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$

b)  $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}}$

c)  $\frac{\sqrt{12500}}{\sqrt{500}}$

d)  $\frac{\sqrt{6^5}}{\sqrt{2^3 \cdot 3^5}}$

#### 2.1. Phương pháp giải

Chia hai căn bậc hai của  $\frac{a}{b}$  với a dương và b không âm, ta sẽ chia a cho b rồi khai phương kết quả ấy.

#### 2.2. Hướng dẫn giải

**Câu a:**  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \sqrt{\frac{2}{18}} = \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3}$

**Câu b:**  $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{735}} = \sqrt{\frac{15}{735}} = \sqrt{\frac{1}{49}} = \frac{1}{7}$

**Câu c:**  $\frac{\sqrt{12500}}{\sqrt{500}} = \sqrt{\frac{12500}{500}} = \sqrt{25} = 5$

**Câu d:**  $\frac{\sqrt{6^5}}{\sqrt{2^3 \cdot 3^5}} = \sqrt{\frac{6^5}{2^3 \cdot 3^5}} = \sqrt{\frac{2^5 \cdot 3^5}{2^3 \cdot 3^5}} = \sqrt{2^2} = 2$

### 3. Giải bài 30 trang 19 SGK Toán 9 tập 1

Rút gọn các biểu thức sau

a)  $\frac{y}{x} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{y^4}}$  với  $x > 0, y \neq 0$

b)  $2y^2 \cdot \sqrt{\frac{x^4}{4y^2}}$  với  $y < 0$

c)  $5xy \cdot \sqrt{\frac{25x^2}{y^6}}$  với  $x < 0, y > 0$

d)  $0,2x^3y^3 \cdot \sqrt{\frac{16}{x^4y^8}}$  với  $x \neq 0, y \neq 0$

#### 3.1. Phương pháp giải

Với dạng rút gọn biểu thức chứa biến của bài 30 này, ta cần có điều kiện tồn tại mẫu số, sau đó, biến đổi thích hợp tránh bị nhầm dấu.

#### 3.2. Hướng dẫn giải

**Câu a:** Vì  $x > 0, y \neq 0$  nên  $|x|=x$

$$\frac{y}{x} \cdot \sqrt{\frac{x^2}{y^4}} = \frac{y}{x} \cdot \frac{|x|}{y^2} = \frac{y}{x} \cdot \frac{x}{y^2} = \frac{1}{y}$$

**Câu b:** Vì  $y < 0$  nên  $|y|=-y$

$$2y^2 \cdot \sqrt{\frac{x^4}{4y^2}} = 2y^2 \cdot \frac{x^2}{2|y|} = y^2 \cdot \frac{x^2}{-y} = -x^2y$$

**Câu c:** Vì  $x < 0, y > 0$  nên  $|x|=-x, |y|=y$

$$5xy \cdot \sqrt{\frac{25x^2}{y^6}} = 5xy \cdot \frac{5|x|}{|y|^3} = 5xy \cdot \frac{-5x}{y^3} = \frac{-25x^2}{y^2}$$

**Câu d:**  $0,2x^3y^3 \cdot \sqrt{\frac{16}{x^4y^8}} = 0,2x^3y^3 \cdot \frac{4}{x^2y^4} = \frac{0,8x}{y}$

### 4. Giải bài 31 trang 19 SGK Toán 9 tập 1

a) So sánh  $\sqrt{25-16}$  và  $\sqrt{25}-\sqrt{16}$

b) Chứng minh rằng: với  $a > b > 0$  thì  $\sqrt{a}-\sqrt{b} < \sqrt{a-b}$

#### 4.1. Phương pháp giải

a) So sánh  $\sqrt{25-16}$  và  $\sqrt{25}-\sqrt{16}$

b) Chứng minh rằng: với  $a > b > 0$  thì  $\sqrt{a}-\sqrt{b} < \sqrt{a-b}$

#### 4.2. Hướng dẫn giải

**Câu a:** Ta có:  $\sqrt{25-16} = \sqrt{9} = 3$

$$\sqrt{25} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2$$

Vậy  $\sqrt{25-16} > \sqrt{25} - \sqrt{9}$

**Câu b:** Ta có:  $(\sqrt{a} - \sqrt{b})^2 = a - 2\sqrt{ab} + b$

Mặt khác, a và b là các số dương nên

$$ab > 0 \Rightarrow 2\sqrt{ab} > 0 \Leftrightarrow a + b - 2\sqrt{ab}$$

Lại có  $a > b > 0$

Nên:  $\sqrt{a - 2\sqrt{ab} + b} = |\sqrt{a} - \sqrt{b}| = \sqrt{a} - \sqrt{b} < \sqrt{a - b}$  (dpcm)

## 5. Giải bài 32 trang 19 SGK Toán 9 tập 1

Tính

a)  $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 5\frac{4}{9} \cdot 0,01}$

b)  $\sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4}$

c)  $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}}$

d)  $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}}$

### 5.1. Phương pháp giải

- Sử dụng công thức đổi hỗn số ra phân số:  $a\frac{b}{c} = \frac{a \cdot c + b}{c}$
- $\sqrt{a^2} = a$ , với  $a \geq 0$
- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$ , với  $a \geq 0, b > 0$
- $\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ , với  $a, b \geq 0$
- $\sqrt{a^2 - b^2} = (a - b)(a + b)$

### 5.2. Hướng dẫn giải

**Câu a:**  $\sqrt{1\frac{9}{16} \cdot 5\frac{4}{9} \cdot 0,01} = \sqrt{\frac{25}{16} \cdot \frac{49}{9} \cdot 0,01}$

$$= \frac{5}{4} \cdot \frac{7}{3} \cdot 0,1 = \frac{3,5}{12} = \frac{7}{24}$$

**Câu b:**  $\sqrt{1,44 \cdot 1,21 - 1,44 \cdot 0,4} = \sqrt{1,44(1,21 - 0,4)} = \sqrt{1,44 \cdot 0,81} = \sqrt{1,44} \cdot \sqrt{0,81}$   
 $= 1,2 \cdot 0,9 = 1,08$

**Câu c:**  $\sqrt{\frac{165^2 - 124^2}{164}} = \sqrt{\frac{(165 - 124)(165 + 124)}{164}} = \sqrt{\frac{41 \cdot 289}{41 \cdot 4}}$

$$= \sqrt{\frac{289}{4}} = \frac{17}{2}$$

**Câu d:**  $\sqrt{\frac{149^2 - 76^2}{457^2 - 384^2}} = \sqrt{\frac{(149 - 76)(149 + 76)}{(457 - 384)(457 + 384)}} = \sqrt{\frac{73 \cdot 225}{73 \cdot 841}}$

$$= \sqrt{\frac{225}{841}} = \frac{15}{29}$$

## 6. Giải bài 33 trang 19 SGK Toán 9 tập 1

Giải phương trình

a)  $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{50} = 0$

b)  $\sqrt{3} \cdot x + \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27}$

c)  $\sqrt{3x^2} - \sqrt{12} = 0$

d)  $\frac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 0$

### 6.1. Phương pháp giải

Sử dụng các công thức

- $\sqrt{AB} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B} (A; B \geq 0)$
- $\frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}} = \sqrt{\frac{A}{B}}$  (với  $A \geq 0; B > 0$ )
- $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

### 6.2. Hướng dẫn giải

**Câu a:**  $\sqrt{2} \cdot x - \sqrt{50} = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2}x = \sqrt{50} \Leftrightarrow x = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{2}} = \sqrt{25} = 5$$

**Câu b:**  $\sqrt{3} \cdot x + \sqrt{3} = \sqrt{12} + \sqrt{27}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3}(x+1) = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x+1 = 5 \Leftrightarrow x = 4$$

**Câu c:**  $\sqrt{3x^2} - \sqrt{12} = 0$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3x^2} = 2\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = 2$$

$$\Leftrightarrow x = \pm 2$$

**Câu d:**  $\frac{x^2}{\sqrt{5}} - \sqrt{20} = 0$

$$\Leftrightarrow \frac{x^2}{\sqrt{5}} = \sqrt{20}$$

$$\Leftrightarrow x^2 = \sqrt{20} \cdot \sqrt{5} = 10$$

$$\Leftrightarrow x = \pm \sqrt{10}$$

## 7. Giải bài 34 trang 19 SGK Toán 9 tập 1

Rút gọn các biểu thức sau

a)  $ab^2 \cdot \sqrt{\frac{3}{a^2b^4}}$  với  $a < 0, b \neq 0$

b)  $\sqrt{\frac{27(a-3)^2}{48}}$  với  $a > 3$

c)  $\sqrt{\frac{9+12a+4a^2}{b^2}}$  với  $a \geq -1,5; b < 0$

$$d) (a-b) \cdot \sqrt{\frac{ab}{(a-b)^2}} \text{ với } a < b < 0$$

### 7.1. Phương pháp giải

Sử dụng các công thức

- $\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$  với  $a \geq 0; b > 0$
- $\sqrt{A^2} = |A| = \begin{cases} A & \text{khi } A \geq 0 \\ -A & \text{khi } A < 0 \end{cases}$

### 7.2. Hướng dẫn giải

**Câu a:** Vì  $a < 0, b \neq 0$  nên  $|a| = -a$

$$ab^2 \cdot \sqrt{\frac{3}{a^2b^4}} = ab^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{|a|b^2} = ab^2 \cdot \frac{\sqrt{3}}{-ab^2} = -\sqrt{3}$$

**Câu b:** Vì  $a > 3$  nên  $a-3 > 0 \Rightarrow |a-3| = a-3$

$$\sqrt{\frac{27(a-3)^2}{48}} = \sqrt{\frac{27}{48}} \cdot |a-3| = \frac{3}{4}(a-3)$$

**Câu c**

$$a \geq -1,5$$

$$\Leftrightarrow a+1,5 > 0$$

$$\Leftrightarrow 2a+3 > 0$$

$$\Rightarrow |2a+3| = a+3b < 0$$

$$\Rightarrow |b| = -b$$

$$\sqrt{\frac{9+12a+4a^2}{b^2}} = \frac{\sqrt{(2a+3)^2}}{|b|} = \frac{|2a+3|}{-b} = -\frac{2a+3}{b}$$

**Câu d:** Vì  $a < b < 0$  nên  $a-b < 0 \Rightarrow |a-b| = b-a$

$$(a-b) \cdot \sqrt{\frac{ab}{(a-b)^2}} = (a-b) \cdot \frac{\sqrt{ab}}{|a-b|} = (a-b) \cdot \frac{\sqrt{ab}}{b-a} = -\sqrt{ab}$$

## 8. Giải bài 35 trang 20 SGK Toán 9 tập 1

Tìm x, biết

$$a) \sqrt{(x-3)^2} = 9$$

$$b) \sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6$$

### 8.1. Phương pháp giải

Sử dụng hằng đẳng thức  $\sqrt{A^2} = |A|$  đưa phương trình về dạng  $|A| = m (m \geq 0) \Leftrightarrow \begin{cases} A = m \\ A = -m \end{cases}$

### 8.2. Hướng dẫn giải

**Câu a:** Ta có

$$\sqrt{(x-3)^2} = 9 \Leftrightarrow |x-3| = 9$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=9 \\ x-3=-9 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=9+3 \\ x=-9+3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x=12 \\ x=-6 \end{cases}$$

Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm:  $x = 12$  và  $x = -6$

**Câu b:** Ta có

$$\sqrt{4x^2 + 4x + 1} = 6$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{2^2 x^2 + 4x + 1} = 6$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2x)^2 + 2 \cdot 2x + 1^2} = 6$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{(2x+1)^2} = 6$$

$$\Leftrightarrow |2x+1| = 6$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x+1=6 \\ 2x+1=-6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x=6-1 \\ 2x=-6-1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x=5 \\ 2x=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\frac{5}{2} \\ x=-\frac{7}{2} \end{cases}$$

Vậy phương trình có 2 nghiệm  $x = \frac{5}{2}$  và  $x = -\frac{7}{2}$

## 9. Giải bài 36 trang 20 SGK Toán 9 tập 1

Mỗi khẳng định sau đúng hay sai? Vì sao?

a)  $0,01 = \sqrt{0,0001}$

b)  $-0,5 = \sqrt{-0,25}$

c)  $\sqrt{39} < 7$  và  $\sqrt{39} > 6$

d)  $(4 - \sqrt{13})2x < \sqrt{3}(4 - \sqrt{13}) \Leftrightarrow 2x < \sqrt{3}$

### 9.1. Phương pháp giải

Để xét tính đúng sai của các khẳng định trên ở bài 36, chúng ta cần nắm vững quy tắc khai phương, điều kiện tồn tại căn bậc hai...

### 9.2. Hướng dẫn giải

**Câu a:**  $0,01 = \sqrt{0,0001}$

khẳng định này đúng vì cả hai vế không âm, nếu bình phương vế trái, ta được biểu thức ở trong căn của vế phải.

**Câu b:**  $-0,5 = \sqrt{-0,25}$

Khẳng định này là sai bởi vì số  $-0,25 < 0$ . Số âm không có căn bậc hai.

**Câu c:**  $\sqrt{39} < 7$  là đúng vì  $7 = \sqrt{49}$  và  $49 > 39$

$\sqrt{39} > 6$  là khẳng định đúng vì  $6 = \sqrt{36}$  và  $\sqrt{39} < 7$

Vậy cả hai khẳng định trên đều đúng  $36 < 39$

**Câu d:**  $(4 - \sqrt{13})2x < \sqrt{3}(4 - \sqrt{13}) \Leftrightarrow 2x < \sqrt{3}$

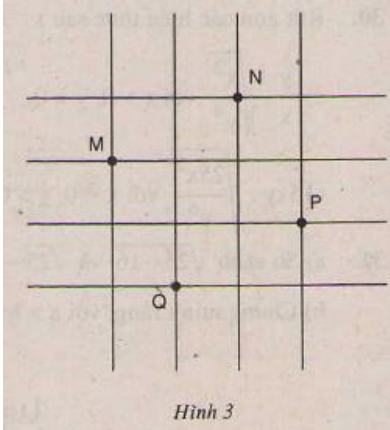
Ta thấy:  $4 = \sqrt{16} > \sqrt{13} \Rightarrow 4 - \sqrt{13} > 0$

Khi chia cả hai vế của bất phương trình cho một số không âm, bất phương trình không đổi chiều.

Vậy khẳng định trên là đúng.

### 10. Giải bài 37 trang 20 SGK Toán 9 tập 1

Đố: Trên lưới ô vuông, mỗi ô vuông cạnh 1cm, cho bốn điểm M, N, P, Q (h.3).



Hãy xác định số đo cạnh, đường chéo và diện tích của tứ giác MNPQ.

#### 10.1. Phương pháp giải

Với bài toán này, ta cần vận dụng kiến thức hình học kết hợp với đại số. Đặc biệt là định lý hình học nổi tiếng, phán đoán dạng của tứ giác này để tính được diện tích.

#### 10.2. Hướng dẫn giải

Đơn vị của cạnh là 1cm.

Vậy, ta dễ dàng tính được  $MQ = MP = PN = NM = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}(cm)$

Đường chéo MP và NQ là cạnh huyền của tam giác vuông có hai cạnh góc vuông là 1 và 3.

Vậy:  $MP = NQ = \sqrt{3^2 + 1^2} = \sqrt{10}(cm)$

Chứng minh được MNPQ là hình vuông

Nên diện tích của hình vuông MNPQ là:  $S = MN^2 = (\sqrt{5})^2 = 5(cm^2)$