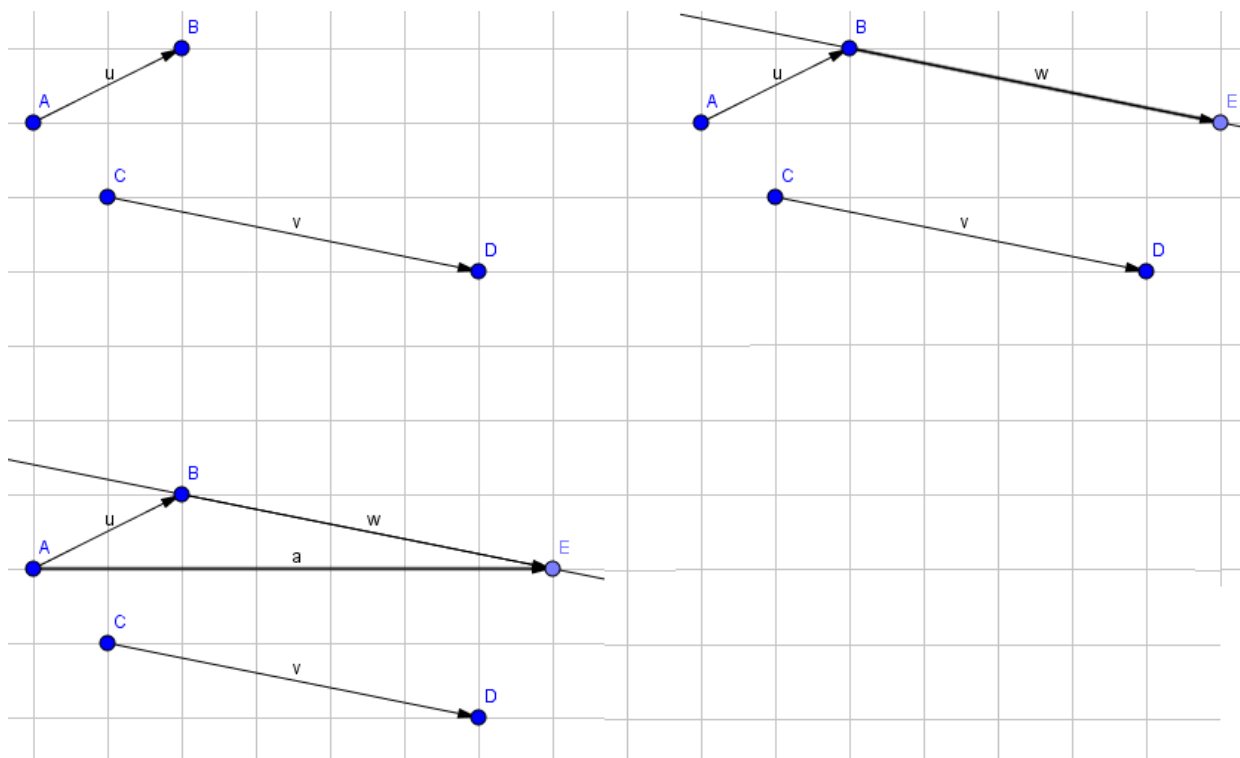


TỔNG VÀ HIỆU CỦA HAI VECTO

1. Lí thuyết

1.1. Định nghĩa tổng của hai vectơ

Chúng ta cùng đi sang bài toán minh họa sau:



Hình trên mô tả cách cộng hai vectơ.

Không như cộng đại số các đoạn thẳng, khi cộng hai vectơ, đầu tiên ta xác định ngọn của một vectơ, rồi từ đó, ta dựng giá của vectơ thứ hai đi qua ngọn của vectơ đầu tiên.

Sau đó, ta dùng tính chất hai vectơ bằng nhau để ta khép ngọn của vectơ thứ nhất với gốc của vectơ thứ hai.

Sau cùng ta nối gốc của vectơ thứ nhất với ngọn của vectơ bằng với vectơ thứ hai để được tổng hai vectơ.

Định nghĩa:

Cho hai vectơ \vec{a} và \vec{b} . Lấy một điểm A nào đó, rồi xác định điểm B và C sao cho $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$; $\overrightarrow{BC} = \vec{b}$. Khi đó \overrightarrow{AC} là tổng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} .

Ta viết: $\overrightarrow{AC} = \vec{a} + \vec{b}$.

1.2. Tính chất của phép cộng vectơ

Ta có các tính chất sau:

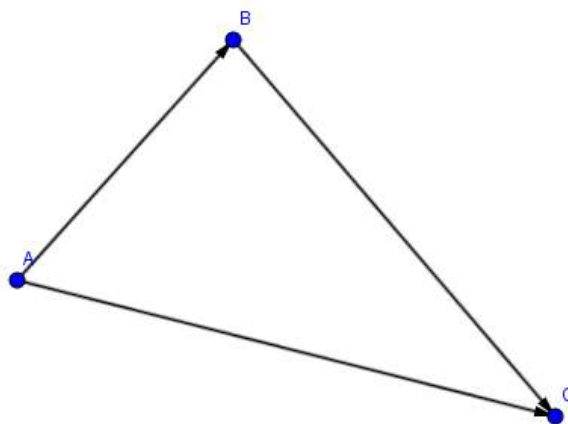
Tính chất giao hoán: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$.

Tính chất kết hợp: $(\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + (\vec{b} + \vec{c})$.

Tính chất vectơ-không $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$.

1.3. Quy tắc cân nhớ

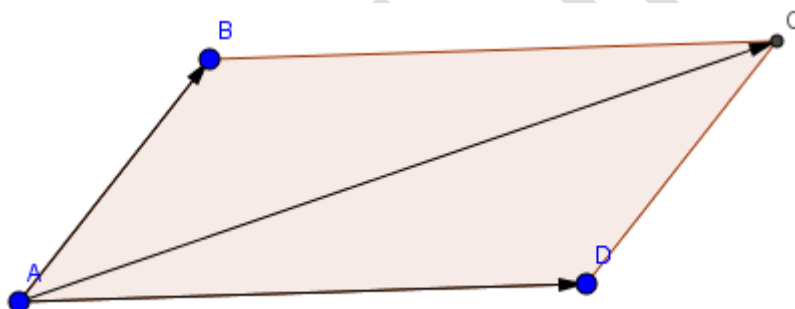
a) Quy tắc ba điểm



Với ba điểm A, B, C bất kì, ta luôn có:

$$\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$$

b) Quy tắc hình bình hành



Cho ABCD là hình bình hành, ta luôn có:

$$\vec{AB} + \vec{AD} = \vec{AC}$$

1.4. Quy tắc trung điểm và trọng tâm

Nếu M là trung điểm của đoạn thẳng AB thì $\vec{MA} + \vec{MB} = \vec{0}$

Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} = \vec{0}$

1.5. Vectơ đối của một vectơ

Nếu tổng của hai vectơ \vec{a} và \vec{b} là vectơ không, thì ta nói vectơ \vec{a} là vectơ đối của vectơ \vec{b} , hoặc ngược lại vectơ \vec{b} là vectơ đối của vectơ \vec{a}

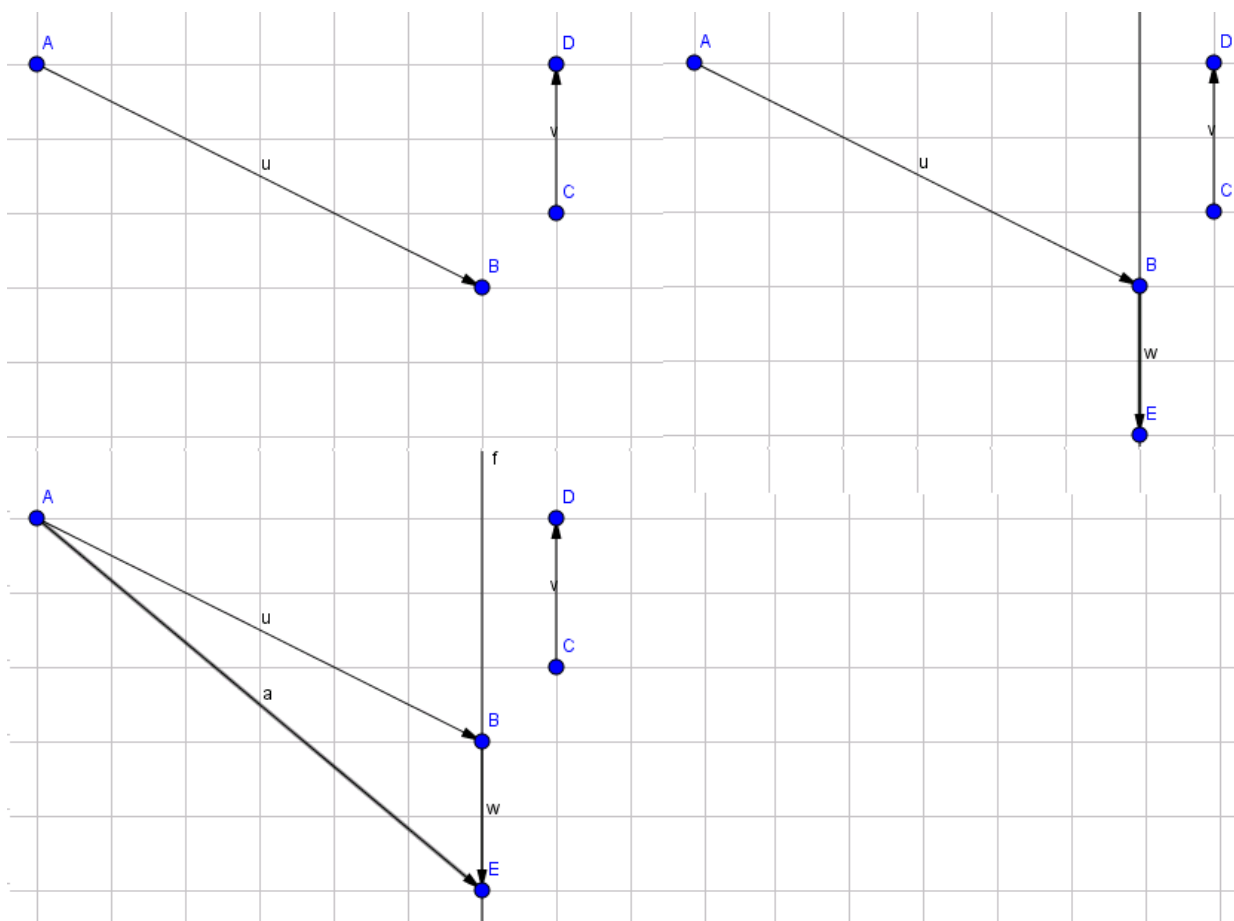
Định nghĩa:

Vectơ đối của vectơ \vec{a} là vectơ ngược hướng với vectơ \vec{a} và có cùng độ lớn với vectơ \vec{a} .

Vectơ đối của vectơ-không cũng là chính nó.

1.6. Hiệu của hai vectơ

Chúng ta đi sang bài toán minh họa sau:



Tương tự với phương pháp cộng đã nêu ở trên, ta tính hiệu hai vectơ bằng cách cộng với vectơ đối.

Ta có quy tắc hiệu vectơ như sau:

Nếu \overrightarrow{MN} là một vectơ đã cho và 1 điểm O bất kì, ta luôn luôn có:

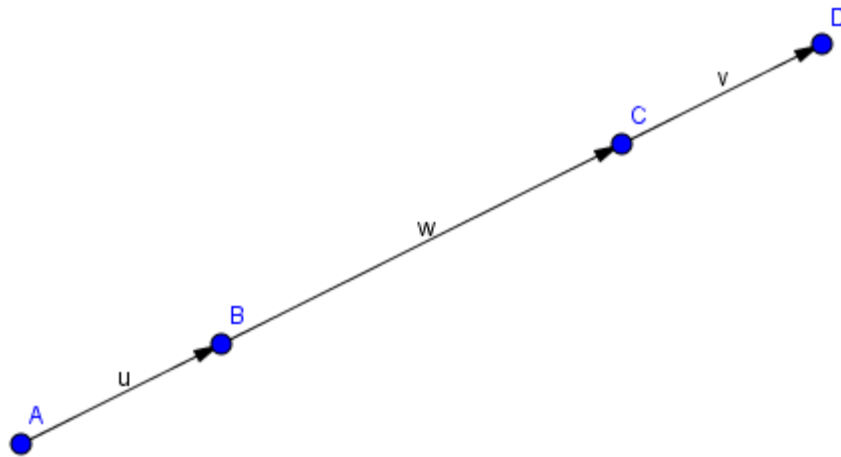
$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{ON} - \overrightarrow{OM}$$

2. Bài tập minh họa

Câu 1: Chứng minh rằng trong một tứ giác nếu $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$

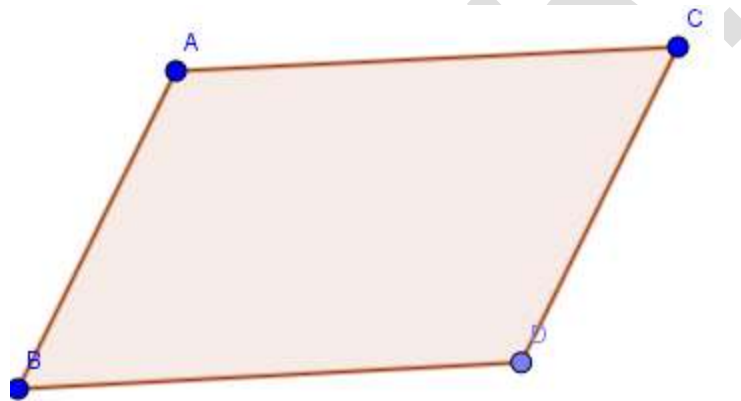
Hướng dẫn giải:

Xét trường hợp A, B, C, D thẳng hàng, ta có



Nhận thấy rằng, khi $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, theo phép cộng vectơ, ta cộng cho đại lượng vectơ \overrightarrow{BC} ta sẽ ra đpcm.

Xét tứ hình bình hành ABDC bằng hình vẽ sau, ta có:



Ta nhận thấy rằng, theo giả thiết $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$ thì AB song song với CD và $AB=CD$. Ta dễ dàng suy ra được $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$ (dpcm)

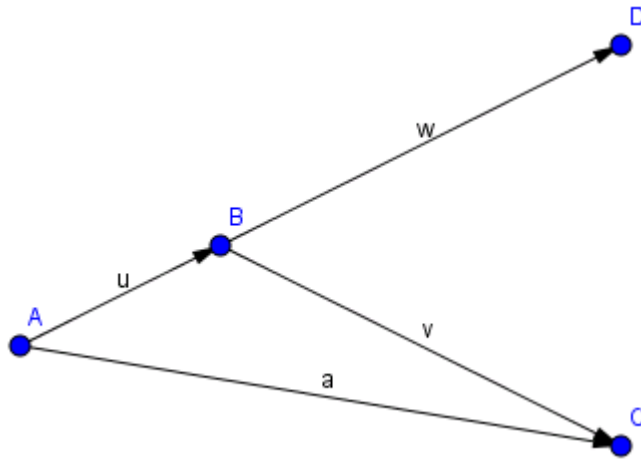
Câu 2: Xác định tính đúng sai của mệnh đề: $|\vec{a} + \vec{b}| = \vec{a} + \vec{b}$

Hướng dẫn giải:

Nhận thấy rằng điều này chỉ xảy ra khi và chỉ khi 2 vectơ trên cùng hướng ta mới được cộng đại số như vậy

Còn với trường hợp ngược hướng thì hai vectơ sẽ bị triệt tiêu nhau thành dấu "-"

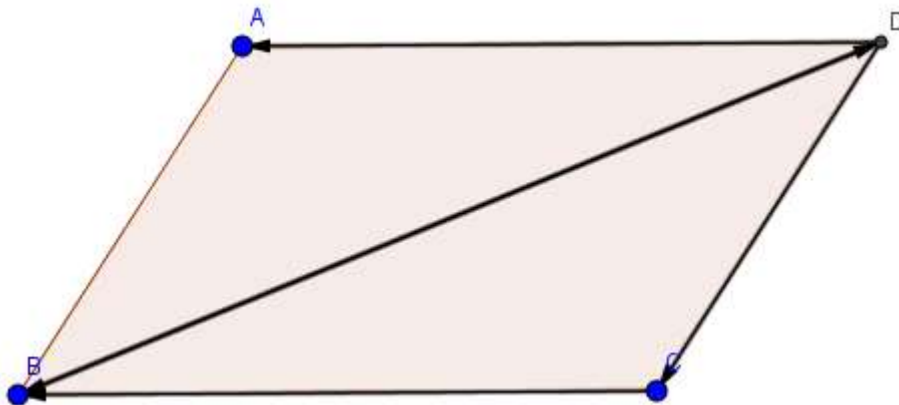
Đối với hai vectơ không cùng phương, ta có hình vẽ sau:



Như hình trên, ta thấy điều khẳng định trên là sai!

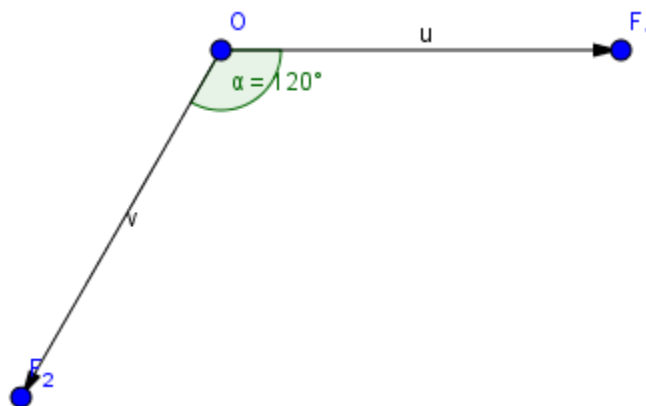
Câu 3: Cho hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng: $\vec{DA} - \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{0}$

Hướng dẫn giải:

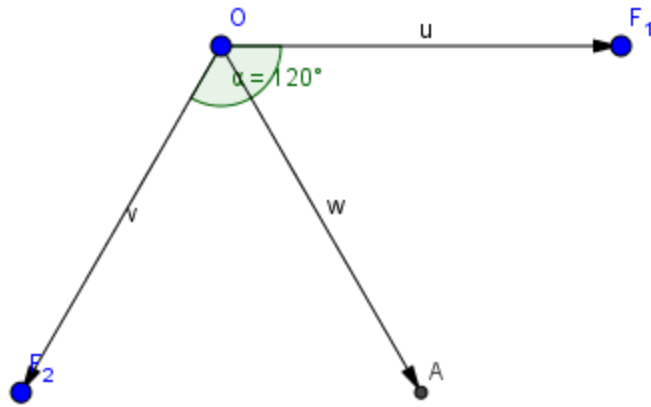


Như hình vẽ, ta thấy : $\vec{DA} - \vec{DB} + \vec{DC} = \vec{CB} + \vec{BD} + \vec{DC} = \vec{CC} = \vec{0}$

Câu 4: Cho hai lực \vec{F}_1 và \vec{F}_2 cùng chung một điểm đặt như hình vẽ. Biết rằng $F_1 = F_2 = 200N$. Hãy tìm cường độ lực tổng hợp của chúng.



Hướng dẫn giải:



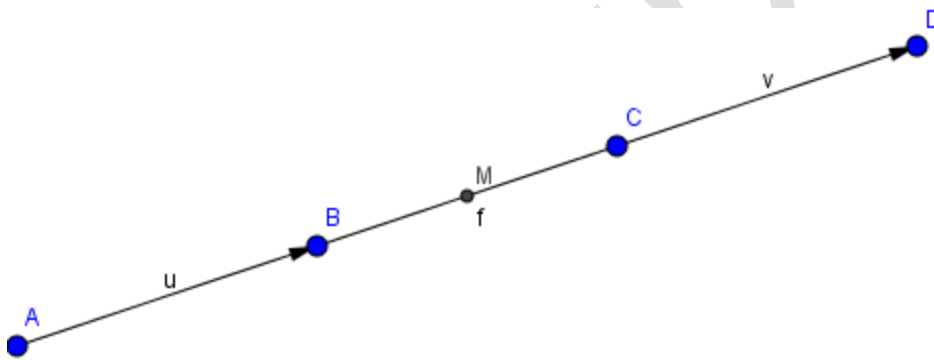
Cường độ tổng hợp lực đó chính là \vec{OA} , và có độ lớn cũng là 100N

Câu 5: Chứng minh rằng $\vec{AB} = \vec{CD}$ khi và chỉ khi trung điểm của AD và BC trùng nhau.

Hướng dẫn giải:

Ta xét 2 trường hợp.

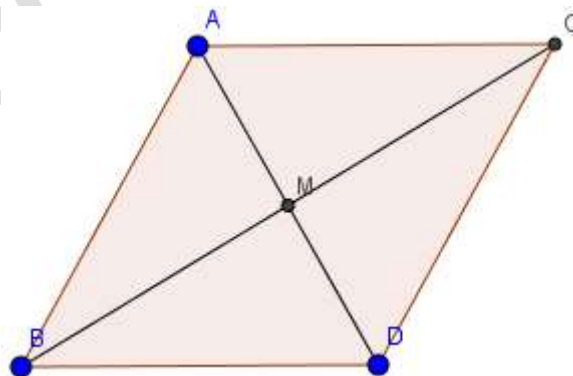
Trường hợp 4 điểm A, B, C, D thẳng hàng



Với trường hợp này, ta dễ dàng thấy được AD và BC có cùng trung điểm M.

Chứng minh bài toán dễ dàng bằng phương pháp cộng đại số.

Trường hợp AB song song CD



Trường hợp này hai đường chéo AD và BC cắt nhau tại trung điểm mỗi đường. Ta có đpcm.

3. Luyện tập

3.1. Bài tập tự luận

Câu 1: Cho hình bình hành ABCD. Chứng minh rằng: $\vec{AB} - \vec{AC} + \vec{AD} = \vec{0}$

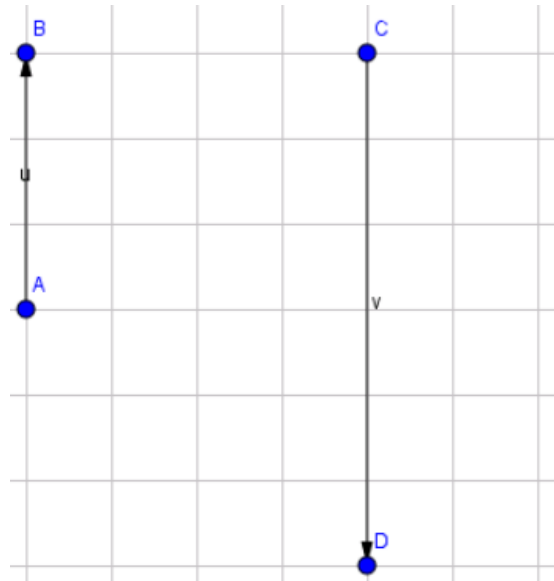
Câu 2: Cho tứ giác ABCD. AC và BD cắt nhau tại O. Chứng minh rằng nếu $\vec{AB} = \vec{CD}$ thì

a) $\vec{AO} = \vec{OC}$.

b) $\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD} = \vec{0}$

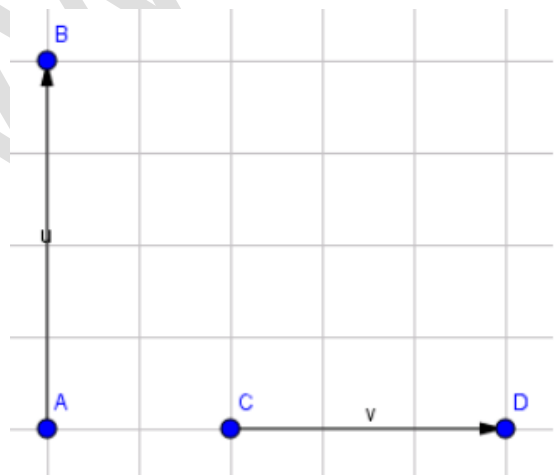
3.2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Vectơ tổng hợp của hai vectơ như hình vẽ sau có độ lớn là? (giả sử ô vuông có đơn vị là cm)



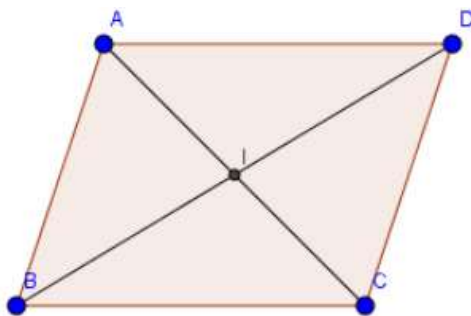
- A. 0cm B. 3cm C. 6cm D. 9cm

Câu 2: Vectơ tổng hợp của hai vectơ trong hình sau có độ lớn là? (giả sử đơn vị của ô vuông là 1cm)



- A. 1cm B. 5cm C. 7cm D. 12cm

Câu 3: Cho hình bình hành ABCD tâm I, hãy xác định khẳng định sai:



A. $\vec{AB} + \vec{BD} = \vec{BC}$

B. $\vec{AD} + \vec{AB} = \vec{AI} + \vec{IC}$

C. $\vec{IA} + \vec{IB} + \vec{IC} + \vec{ID} = \vec{0}$

D. $|\vec{AB} + \vec{AD}| = |\vec{BD}|$

Câu 4: Cho 2 điểm phân biệt A và B. Tập hợp các điểm O thỏa mãn $\vec{OA} = \vec{OB}$ là:

A. Trung điểm của AB

B. Là 1 khoảng cách sao cho $OA=2OB$

C. Mọi vị trí

D. Không tồn tại O

Câu 5: Vectơ đối của tổng sau $\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ là:

A. $\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$

B. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{a}$

C. $\vec{c} - \vec{b} - \vec{a}$

D. $\vec{a} - \vec{c} + \vec{b}$

Câu 6: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB = \sqrt{5}$, $AC = 2\sqrt{5}$. Độ dài vectơ $\vec{AB} + \vec{AC}$ bằng:

A. $\sqrt{5}$

B. $5\sqrt{5}$

C. 25

D. 5

Câu 7: Cho hình bình hành ABCD. Hai điểm M và N lần lượt là trung điểm của BC và AD. Cặp vectơ nào trong số các cặp vectơ sau đây không bằng nhau?

A. $\vec{NC} + \vec{MC}$ và \vec{AD}

B. $\vec{AM} + \vec{CD}$ và \vec{ND}

C. $\vec{AB} - \vec{NC}$ và \vec{MB}

D. $\vec{AM} + \vec{AN}$ và $\vec{AB} + \vec{AD}$

Câu 8: Cho tam giác ABC. Vectơ $\vec{AB} + \vec{AC}$ có giá trị chứa đường thẳng nào sau đây?

A. Tia phân giác của góc A

B. Đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC

C. Đường trung tuyến qua A của tam giác ABC

D. Đường thẳng BC

Câu 9: Cho tam giác ABC vuông tại A và $AB = 3$, $AC = 8$. Vectơ $\vec{CB} + \vec{AB}$ có độ dài là:

A. 4

B. 5

C. 10

D. 8

Câu 10: Cho tam giác ABC. Các điểm M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AC và BC.

Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $\vec{MN} + \vec{MP} + \vec{MC} = \vec{0}$

B. $\vec{PM} + \vec{PN} = \vec{AM} + \vec{AN}$

C. $\vec{AM} + \vec{AN} - \vec{AP} = \vec{0}$

D. $\vec{AM} + \vec{AN} + \vec{MN} = \vec{0}$

Câu 11: Cho tam giác đều ABC cạnh a, đường cao AH. Hỏi $a\sqrt{3}$ là độ dài của vectơ nào trong số các vectơ sau đây?

A. \overrightarrow{AH}

B. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AH}$

4. Kết luận

Bài giảng Tổng và hiệu hai vectơ giúp các em nắm được cách xác định tổng, hiệu hai vectơ, quy tắc ba điểm, quy tắc hình bình hành, các tính chất của tổng vectơ, tính chất của vectơ - không.

www.eLib.vn