

HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

1. Lý thuyết

1.1. Trục tọa độ

Khái niệm:

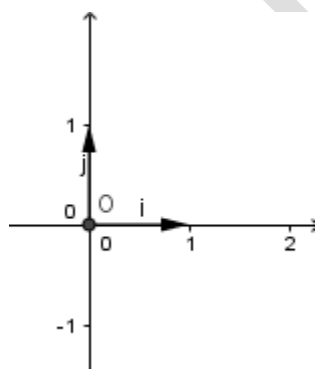
Trục tọa độ (trục hoặc trục số) của một đường thẳng trên đó đã xác định một điểm O và một vector \vec{i} có độ dài bằng 1.

Vector \vec{i} gọi là vector đơn vị của trục tọa độ.

Vì vậy, đối với mọi điểm M nằm trên trục tọa độ, ta luôn luôn xác định được số m nào đó sao cho $\overrightarrow{OM} = m\vec{i}$. Số m đó gọi là tọa độ điểm M với trục.

Nếu có hai điểm A và B phân biệt nằm trên trục Ox thì tọa độ của vector \overrightarrow{AB} được kí hiệu là \overline{AB} và còn được gọi là độ dài đại số của vector \overrightarrow{AB} trên trục Ox .

1.2. Hệ trục tọa độ Oij



Trên hình đã mô tả đầy đủ về Hệ trục tọa độ. Trục ngang chứa \vec{i} gọi là trục hoành, trục dọc chứa \vec{j} gọi là trục tung và được kí hiệu là Oxy hoặc $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1.3. Tọa độ của vector đối với hệ trục tọa độ

Đối với hệ trục tọa độ $(O; \vec{i}; \vec{j})$, nếu $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j}$ thì cặp số $(x; y)$ được gọi là tọa độ của vector \vec{a} , kí hiệu là $\vec{a} = (x; y)$ hoặc $\vec{a}(x; y)$. x là hoành độ, y là tung độ của vector \vec{a}

Từ định nghĩa trên, ta có nhận xét:

$$\vec{a} = (x; y) = \vec{b} = (x'; y') \Leftrightarrow \begin{cases} x = x' \\ y = y' \end{cases}$$

1.4. Biểu thức tọa độ của các vector

Cho $\vec{a} = (x; y)$ và $\vec{b} = (x'; y')$. Khi đó

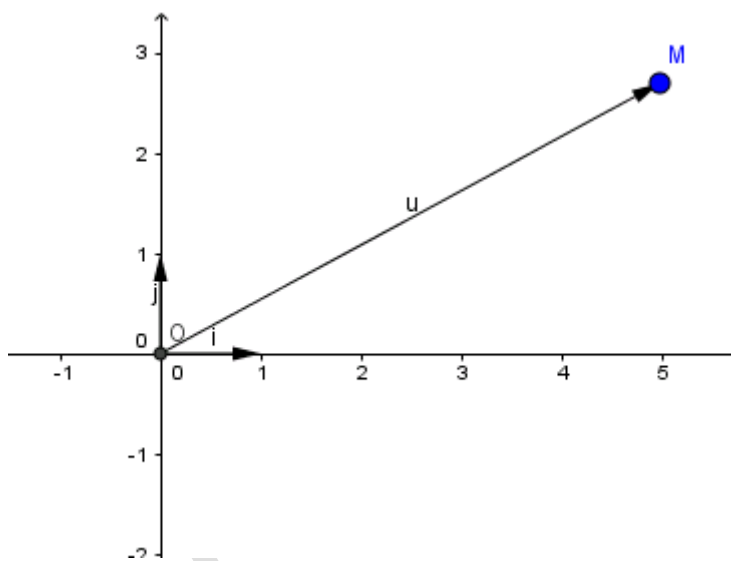
1) $\vec{a} + \vec{b} = (x + x'; y + y')$; $\vec{a} - \vec{b} = (x - x'; y - y')$;

2) $k\vec{a} = (kx; ky)$ với $k \in \mathbb{R}$;

3) Vectơ \vec{b} cùng phương với vectơ $\vec{a} \neq \vec{0}$ khi và chỉ khi có số k sao cho $x' = kx, y' = ky$.

1.5. Tọa độ của điểm

Trong mặt phẳng Oxy, tọa độ của vectơ \overrightarrow{OM} chính là tọa độ của điểm $M(x_M; y_M)$



Một cách tổng quát, ta có:

Với hai điểm $M(x_M; y_M)$ và $N(x_N; y_N)$ thì ta có:

$$\overrightarrow{MN} = (x_N - x_M; y_N - y_M)$$

1.6. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng và tọa độ trọng tâm của tam giác

Nếu M là trung điểm của đoạn thẳng AB thì:

$$x_M = \frac{x_A + x_B}{2}; y_M = \frac{y_A + y_B}{2}$$

Nếu G là trọng tâm của tam giác ABC thì:

$$x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}; y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$$

2. Bài tập minh họa

Câu 1: Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau, nếu sai hãy giải thích:

- Hai vectơ $\vec{a}(3;1)$ và vectơ $\vec{b}(1;3)$ là hai vectơ bằng nhau.
- Hai vectơ bằng nhau khi chúng có hoành độ và tung độ bằng nhau.

3. Vector \vec{a} cùng phương với vector \vec{b} nếu vector \vec{a} có tung độ bằng 0.

4. Hai vector cùng phương khi hoành độ của vector này bằng k lần hoành độ của vector kia, tung độ của vector này bằng -k lần tung độ vector kia.

Hướng dẫn giải:

Câu 1 là sai vì chúng chỉ có độ lớn bằng nhau, chứ hai vector không bằng nhau.

Câu 2 là câu đúng.

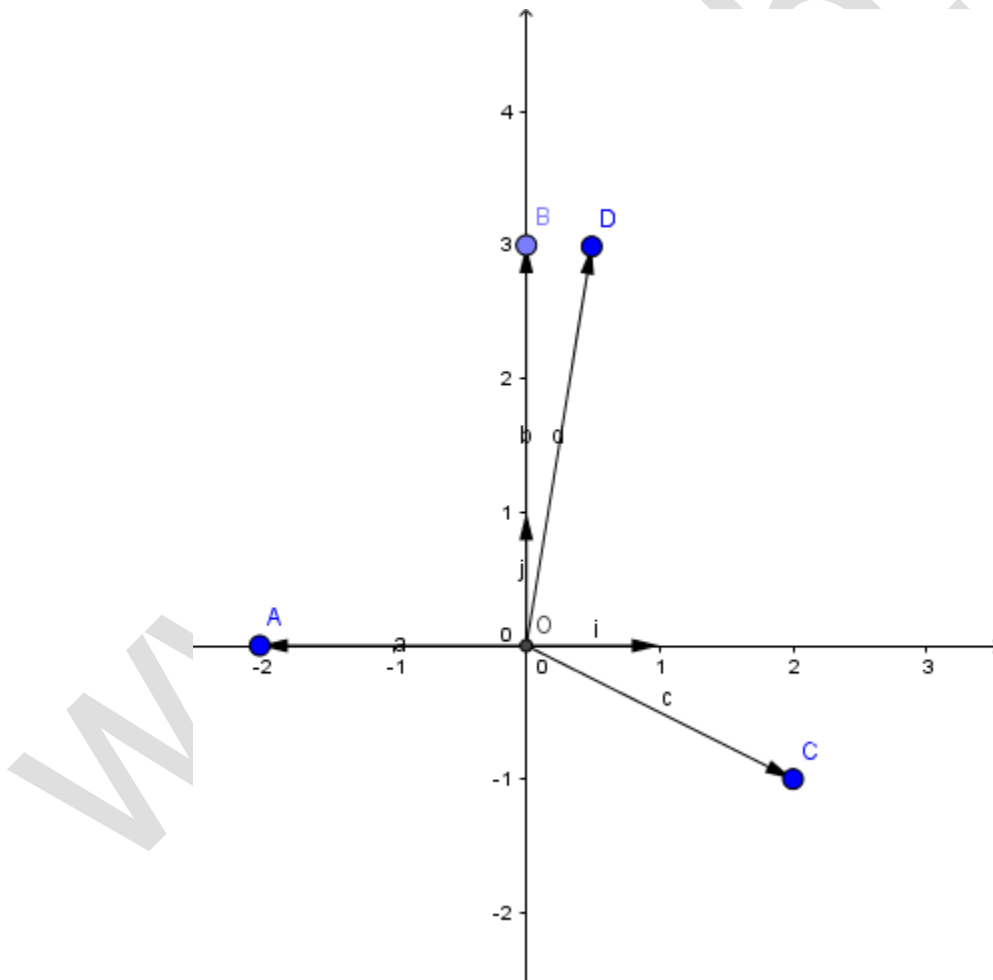
Câu 3 là câu sai, vì nếu cùng phương chúng sẽ tỉ lệ hoành và tung theo hệ số k nào đó.

Câu 4 là câu sai vì chúng tỉ lệ theo k hoặc -k chứ không phải hoành là k, tung là -k.

Câu 2: Biểu diễn các vector sau lên cùng một mặt phẳng tọa độ

$$\vec{a} = -2\vec{i}, \vec{b} = 3\vec{j}, \vec{c} = 2\vec{i} - \vec{j}, \vec{d} = \frac{1}{2}\vec{i} + 3\vec{j}$$

Hướng dẫn giải:



Câu 3: Chứng minh 3 điểm $A(-3;4); B(1;1); C(9;-5)$ thẳng hàng.

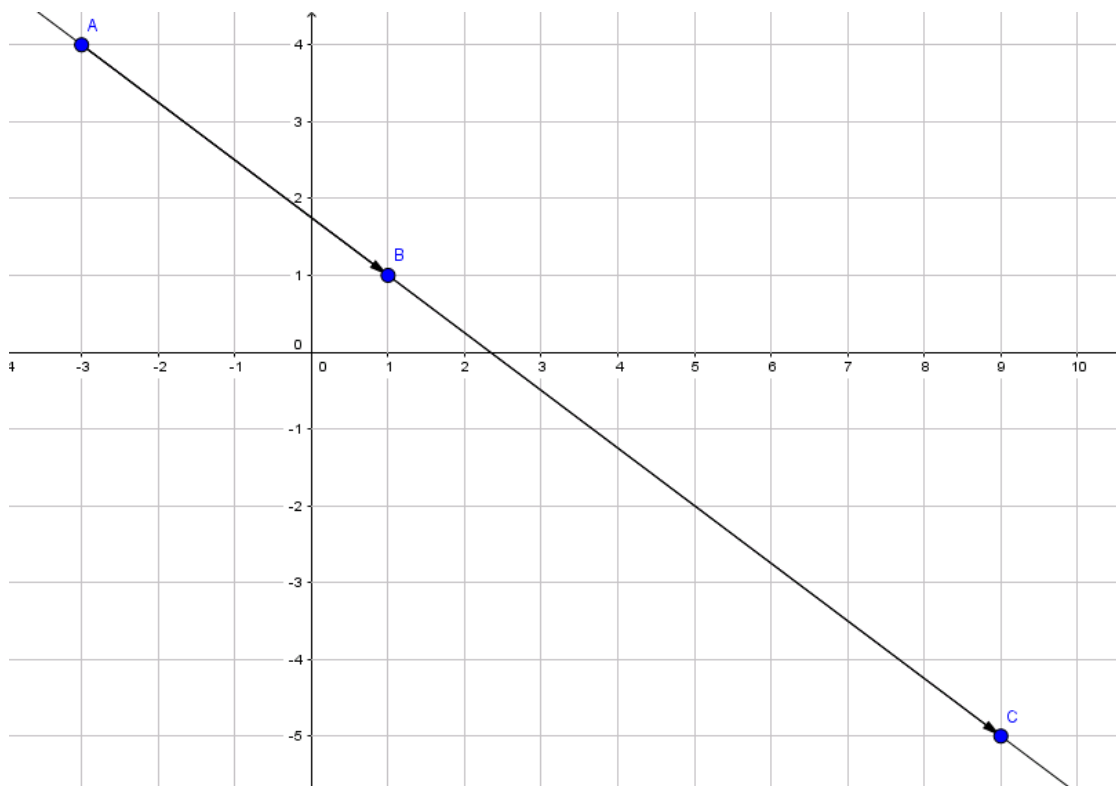
Hướng dẫn giải:

Để chứng minh ba điểm này thẳng hàng, ta viết các vector $\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC}$ rồi xác định hệ số k sao cho hoành và tung của \overrightarrow{AB} đúng bằng k lần hoành và tung của \overrightarrow{AC} .

Thật vậy, $\overrightarrow{AB} = (4; -3)$

$$\overrightarrow{AC} = (12; -9)$$

Như vậy, hệ số k được xác định là $k = 3$. Vậy 3 điểm A, B, C thẳng hàng.



Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ. Cho 3 điểm $A(1;2); B(4;1); C(5;-2)$.

1. Tìm tọa độ trung điểm M của AC.
2. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.
3. Tìm tọa độ điểm D sao cho ABCD là hình bình hành.

Hướng dẫn giải:

1. Do M là trung điểm của AC nên $x_M = \frac{x_A + x_C}{2}, y_M = \frac{y_A + y_C}{2}$

$$\Leftrightarrow x_M = \frac{1+5}{2}, y_M = \frac{2+(-2)}{2} \Leftrightarrow x_M = 3, y_M = 0 \Leftrightarrow M(3;0)$$

2. G là trọng tâm của tam giác ABC nên $x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3}, y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}$

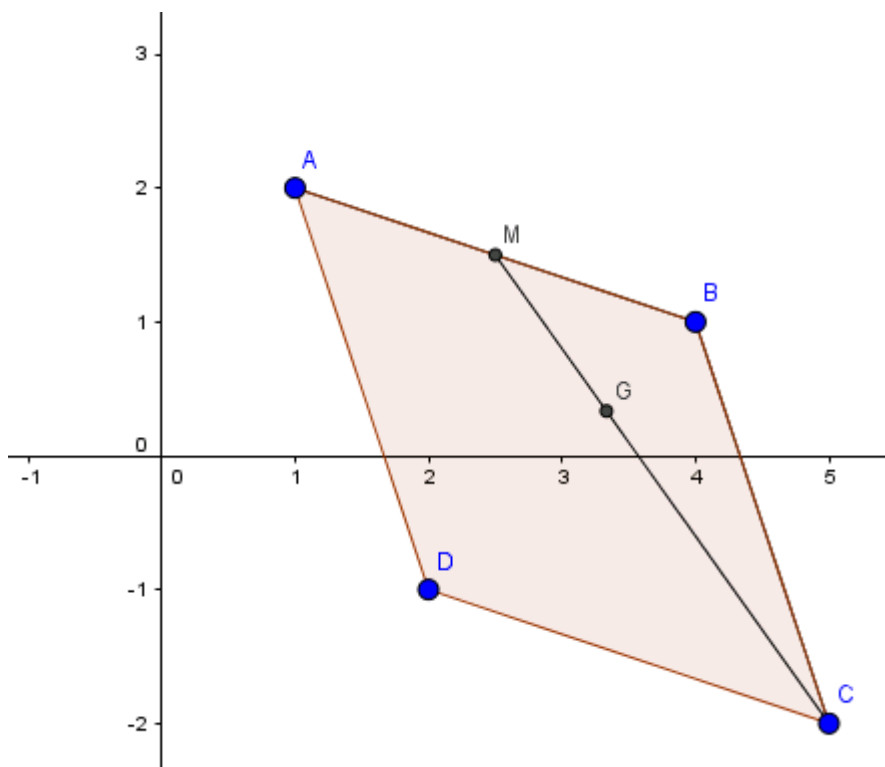
$$\Leftrightarrow x_G = \frac{1+4+5}{3}, y_G = \frac{2+1+(-2)}{3} \Leftrightarrow x_G = \frac{10}{3}, y_G = \frac{1}{3} \Leftrightarrow G\left(\frac{10}{3}; \frac{1}{3}\right)$$

3. ABCD là hình bình hành, suy ra $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

$$\text{Mà } \overrightarrow{AB} = (4-1; 1-2) \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = (3; -1)$$

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x_D = 5 - 3 \\ y_D = -2 - (-1) \end{cases}$$

Vậy $D(2; -1)$



3. Luyện tập

3.1. Bài tập tự luận

Câu 1: Xác định tính đúng sai của các mệnh đề sau, nếu sai hãy giải thích:

- Hai vectơ $\vec{a}(2; -3)$ và vectơ $\vec{b}(-3; 2)$ là hai vectơ bằng nhau.
- Hai vectơ bằng nhau khi chúng có tọa độ bằng nhau.
- Hai vectơ \vec{a} và \vec{b} cùng phương nếu chúng có tung độ bằng nhau.

Câu 2: Biểu diễn các vectơ sau lên cùng một mặt phẳng tọa độ $\vec{a} = -3\vec{i}$, $\vec{b} = 4\vec{j}$, $\vec{c} = 3\vec{i} - 2\vec{j}$, $\vec{d} = \frac{1}{3}\vec{i} + 2\vec{j}$

Câu 3: Chứng minh 3 điểm $A(5; 2); B(1; 4); C(-3; 5)$ thẳng hàng.

Câu 4: Trong mặt phẳng tọa độ. Cho 3 điểm $A(2; 3); B(5; 2); C(6; -1)$.

- Tìm tọa độ trung điểm M của AC.
- Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.
- Tìm tọa độ điểm D sao cho ABCD là hình bình hành.

3.2. Bài tập trắc nghiệm

Câu 1: Cho 3 điểm $A(2; 1); B(4; -3); C(5; -1)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác là?

A. $G\left(\frac{11}{3}; -1\right)$ B. $G\left(\frac{11}{3}; 1\right)$ C. $G\left(\frac{13}{3}; 1\right)$ D. $G\left(-\frac{13}{3}; 1\right)$

Câu 2: Cho hai điểm $A(1;1); B(-3;0)$. Tọa độ điểm C đối xứng với A qua B là:

A. $C(1;-2)$ B. $C(-2;4)$ C. $C(-7;-1)$ D. $C(5;2)$

Câu 3: Cho $\vec{a} = \frac{1}{4}\vec{i} + k\vec{j}; \vec{b} = 2\vec{i}$. Giá trị của k để hai vectơ trên cùng phương là:

A. $k = 8$ B. $k = 4$ C. $k = 2$ D. $k = 0$

Câu 4: Cho 3 điểm $A(-2;3); B(5;1); C(2;0)$. Tọa độ của điểm D để ABCD là hình bình hành là:

A. $D(1;4)$ B. $D(9;-2)$ C. $D(-5;2)$ D. $D(-6;1)$

Câu 5: Cho 2 điểm $A(2;2); B(5;-3)$. Tọa độ điểm C thuộc trục tung sao cho 3 điểm A, B, C thẳng hàng là?

A. $C\left(0; \frac{13}{3}\right)$ B. $C\left(0; \frac{14}{3}\right)$ C. $C\left(0; \frac{16}{3}\right)$ D. $C\left(0; \frac{17}{3}\right)$

Câu 6: Vectơ nào sau đây cùng phương với vectơ $\vec{u} = (-3;7)$

A. $\vec{v}_1 = (1;-2)$ B. $\vec{v}_2 = \left(1; -\frac{7}{3}\right)$ C. $\vec{v}_3 = (3;7)$ D. $\vec{v}_4 = (-3;-7)$

Câu 7: Cho hai điểm $A(2; -1), B(3; 0)$, điểm nào sau đây thẳng hàng với A, B?

A. $C_1(0;-7)$ B. $C_2(0;-3)$ C. $C_3(0;-5)$ D. $C_4(0;-1)$

Câu 8: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho tam giác ABC. M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh BC, CA, AB. Biết $M(1; 2); N(3; -5); P(5; 7)$. Tọa độ đỉnh A là:

A. $A(7; 9)$ B. $A(-2; 0)$ C. $A(7; -2)$ D. $A(7; 0)$

Câu 9: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy cho các điểm $A(-1; 1); B(1; 2); C(4; 0)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho ABCM là hình bình hành là:

A. $M(2; 1)$ B. $M(2; -1)$ C. $M(-1; 2)$ D. $M(1; 2)$

Câu 10: Cho tam giác ABC có $A(-2; 2), B(6; -4)$, đỉnh C thuộc trục Ox. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC, biết rằng G thuộc trục Oy

A. $G\left(0; \frac{2}{3}\right)$ B. $G\left(0; -\frac{2}{3}\right)$ C. $G\left(3; -\frac{2}{3}\right)$ D. $G\left(-3; -\frac{2}{3}\right)$

4. Kết luận

Bài Hệ trục tọa độ giúp các em tìm hiểu nhiều hơn về biểu diễn tọa độ của vectơ.