

BÀI 1: MỆNH ĐỀ

1. Giải bài 1 trang 9 SGK Toán Đại số 10

Trong các câu sau, câu nào là mệnh đề, câu nào là mệnh đề chứa biến?

- a) $3 + 2 = 7$
- b) $4 + x = 3$
- c) $x + y > 1$
- d) $2 - \sqrt{5} < 0$

1.1. Phương pháp giải

Mệnh đề: Một mệnh đề logic (gọi tắt là mệnh đề) là một câu khẳng định đúng hoặc một câu khẳng định sai. Một câu khẳng định đúng gọi là một mệnh đề đúng. Một câu khẳng định sai gọi là mệnh đề sai. Một mệnh đề không thể vừa đúng vừa sai.

1.2. Hướng dẫn giải

Câu a: $3 + 2 = 7$ là câu sai. Câu này là mệnh đề

Câu b: $4 + x = 3$ là câu đúng khi $x = -1$, sai khi $x = 0$ nên không phải là mệnh đề (Vì vừa đúng lại vừa sai). Đây là mệnh đề chứa biến

Câu c: $x + y > 1$, đúng khi $\begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases}$, sai khi $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$

Vậy câu này cũng không phải mệnh đề

Đây là mệnh đề chứa biến

Câu d: $2 - \sqrt{5} < 0$ là câu đúng. Câu này là mệnh đề

2. Giải bài 2 trang 9 SGK Toán Đại số 10

Xét tính đúng sai của mỗi mệnh đề sau và phát biểu mệnh đề phủ định của nó.

- a) 1794 chia hết cho 3
- b) $\sqrt{2}$ là một số hữu tỉ
- c) $\pi < 3,15$
- d) $|-125| \leq 0$

2.1. Phương pháp giải

Mệnh đề phủ định: Để phủ định một mệnh đề, ta thêm (hoặc bớt) từ "không" (hoặc "không phải") vào trước vị ngữ của mệnh đề đó.

2.2. Hướng dẫn giải

Câu a: 1794 chia hết cho 3

Vì: số 794 có tổng các chữ số là: $1+7+9+4=21$ chia hết cho 3 nên đây là 1 mệnh đề đúng.

Mệnh đề phủ định của mệnh đề a) là: "1794 không chia hết cho 3".

Câu b: $\sqrt{2}$ là một số hữu tỉ

Đây là 1 mệnh đề sai vì $\sqrt{2}$ là một số vô tỷ.

Mệnh đề phủ định của mệnh đề b) là: " $\sqrt{2}$ không phải là một số hữu tỉ".

Câu c: $\pi < 3,15$ đây là mệnh đề đúng vì $\pi = 3,141592654\dots$

Mệnh đề phủ định của mệnh đề c) là: " π không nhỏ hơn 3, 15".

Hoặc dùng kí hiệu là: $\pi \geq 3,15$

Câu d: $|-125| \leq 0$ là 1 mệnh đề sai vì: $|-125| = 125 > 0$

Mệnh đề phủ định của mệnh đề d) là: " $|-125| > 0$ "

3. Giải bài 3 trang 9 SGK Toán Đại số 10

Cho các mệnh đề kéo theo

Nếu a và b cùng chia hết cho c thì a+b chia hết cho c (a, b, c là những số nguyên).

Các số nguyên có tận cùng bằng 0 đều chia hết cho 5.

Tam giác cân có hai đường trung tuyến bằng nhau.

Hai tam giác bằng nhau có diện tích bằng nhau.

- Hãy phát biểu mệnh đề đảo của mỗi mệnh đề trên
- Phát biểu mỗi mệnh đề trên, bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện đủ"
- Phát biểu mỗi mệnh đề trên, bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện cần"

3.1. Phương pháp giải

Cho mệnh đề kéo theo $P \Rightarrow Q$. Mệnh đề $Q \Rightarrow P$ được gọi là mệnh đề đảo của mệnh đề $P \Rightarrow Q$

3.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Mệnh đề đảo

- Nếu $a+b$ chia hết cho c thì a và b chia hết cho c
Mệnh đề này sai, chẳng hạn $a=2, b=4, c=6$ ta có $2+4=6$ chia hết cho 6 nhưng 2 và 4 đều không chia hết cho 6.

- Số chia hết cho 5 thì tận cùng bằng 0.
Mệnh đề này sai vì số chia hết cho 5 thì có tận cùng bằng 0 hoặc 5.
Cụ thể số 15 chia hết cho 5 nhưng lại không có tận cùng bằng 0.

- Tam giác có hai trung tuyến bằng nhau thì tam giác là cân.

Mệnh đề này đúng.

- Hai tam giác có diện tích bằng nhau thì bằng nhau.

Mệnh đề này sai.

Câu b: Sử dụng khái niệm "điều kiện đủ"

- a và b chia hết cho c là điều kiện đủ để $a+b$ chia hết cho c .
- Một số tận cùng bằng 0 là điều kiện đủ để số đó chia hết cho 5.
- Tam giác là tam giác cân là điều kiện đủ để nó có hai đường trung tuyến bằng nhau.
- Hai tam giác bằng nhau là điều kiện đủ để chúng có diện tích bằng nhau.

Câu c: Sử dụng khái niệm "điều kiện cần"

- $a+b$ chia hết cho c là điều kiện cần để a và b chia hết cho c .
- Điều kiện cần để một số có tận cùng bằng 0 là nó chia hết cho 5 hoặc "Một số nguyên chia hết cho 5 là điều kiện cần để số đó có tận cùng bằng 0."
- Điều kiện cần để tam giác là tam giác cân là nó có hai trung tuyến bằng nhau hoặc "Hai trung tuyến của một tam giác bằng nhau là điều kiện cần để tam giác đó cân."
- Hai tam giác có diện tích bằng nhau là điều kiện cần để hai tam giác đó bằng nhau.

4. Giải bài 4 trang 9 SGK Toán Đại số 10

Phát biểu mỗi mệnh đề sau, bằng cách sử dụng khái niệm "điều kiện cần và đủ"

- Một số có tổng các chữ số chia hết cho 9 thì chia hết cho 9 và ngược lại
- Một hình bình hành có các đường chéo vuông góc là một hình thoi và ngược lại
- Phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi biệt thức của nó dương

4.1. Phương pháp giải

Nếu cả hai mệnh đề $P \Rightarrow Q$ và $Q \Rightarrow P$ đều đúng ta nói hai mệnh đề P và Q tương đương.

P là điều kiện cần và đủ để có Q ,

hoặc Điều kiện cần và đủ để có P là Q .

4.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Điều kiện cần và đủ để một số chia hết cho (9) là tổng các chữ số của nó chia hết cho 9

Câu b: Điều kiện cần và đủ để hình bình hành là hình thoi là hình bình hành có hai đường chéo vuông góc với nhau.

Hoặc "Một hình bình hành có các đường chéo vuông góc là điều kiện cần và đủ để nó là một hình thoi."

Câu c: Điều kiện cần và đủ để phương trình bậc hai có hai nghiệm phân biệt là biệt thức Δ của nó dương.

5. Giải bài 5 trang 10 SGK Toán Đại số 10

Dùng kí hiệu \forall, \exists để viết các mệnh đề sau

- Mọi số nhân với 1 đều bằng chính nó
- Có một số cộng với chính nó bằng 0
- Một số cộng với số đối của nó đều bằng 0

5.1. Phương pháp giải

Kí hiệu \forall đọc là "Với mọi"

Kí hiệu \exists đọc là "Tồn tại một" hoặc "Có ít nhất một" hoặc "Có một" hoặc "tồn tại ít nhất một".

5.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Mệnh đề thứ nhất viết là: $\forall x \in \mathbb{R} : x \cdot 1 = x$

Câu b: Mệnh đề thứ hai viết là: $\exists a \in \mathbb{R} : a + a = 0$

Câu c: Mệnh đề thứ ba viết là: $\forall x \in \mathbb{R} : x + (-x) = 0$

6. Giải bài 6 trang 10 SGK Toán Đại số 10

Phát biểu thành lời mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của nó

- $\forall x \in \mathbb{R} : x^2 > 0$
- $\exists n \in \mathbb{N} : n^2 = n$
- $\forall n \in \mathbb{N} : n \leq 2n$
- $\exists x \in \mathbb{R} : x < \frac{1}{x}$

6.1. Hướng dẫn giải

Câu a: Mệnh đề thứ nhất phát biểu là: Luỹ thừa bậc hai của mọi số thực đều nhận giá trị dương. Đây là mệnh đề sai, vì " $0^2 > 0$ " là sai.

Câu b: Mệnh đề thứ hai phát biểu là: Có ít nhất một số tự nhiên bằng bình phương của nó. Đây là mệnh đề đúng, chẳng hạn: $1^2 = 1$.

Câu c: Mệnh đề thứ ba phát biểu là: Mọi số tự nhiên đều nhỏ hơn hoặc bằng hai lần của nó. Đây là mệnh đề đúng vì bất đẳng thức: $2n > n \Leftrightarrow n > 0$ là đúng với mọi số tự nhiên n .

Câu d: Mệnh đề thứ tư phát biểu là: Có ít nhất một số thực nhỏ hơn số nghịch đảo của chính nó. Đây là mệnh đề đúng. Chẳng hạn: $\frac{1}{3} < \frac{1}{\frac{1}{3}}$

7. Giải bài 7 trang 10 SGK Toán Đại số 10

Lập mệnh đề phủ định của mỗi mệnh đề sau và xét tính đúng sai của nó.

- $\forall n \in \mathbb{N} : n$ chia hết cho n
- $\exists x \in \mathbb{Q} : x^2 = 2$
- $\forall x \in \mathbb{R} : x < x + 1$
- $\exists x \in \mathbb{R} : 3x = x^2 + 1$

7.1. Phương pháp giải

Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$ với $x \in X$. Mệnh đề phủ định của mệnh đề $\exists x \in X : P(x)$ là:

$$\forall x \in X : \overline{P(x)}$$

Cho mệnh đề chứa biến $P(x)$ với $x \in X$. Mệnh đề phủ định của mệnh đề $\forall x \in X : P(x)$ là:

$$\exists x \in X : \overline{P(x)}$$

7.2. Hướng dẫn giải

Câu a: Mệnh đề phủ định của mệnh đề thứ nhất là: " $\exists n \in \mathbb{N} : n$ không chia hết cho n ". Đây là mệnh đề sai, vì nếu $n = 0$ thì phép chia $0:0$ tuy là không xác định nhưng có thể xem: $0:0=1$

Câu b: Mệnh đề phủ định của mệnh đề thứ hai là: " $\forall x \in \mathbb{Q} : x^2 \neq 2$ " Đây là mệnh đề đúng và là một định lý đã được chứng minh.

Câu c: Mệnh đề phủ định của mệnh đề thứ ba là: $\exists x \in \mathbb{R} : x \geq x+1$

Đây là mệnh đề sai, vì bất phương trình: $x \geq x+1 \Leftrightarrow 0 \geq 1$ vô nghiệm.

Câu d: Mệnh đề phủ định của mệnh đề thứ tư là: $\forall x \in \mathbb{R} : 3x \neq x^2 + 1$

Đây là mệnh đề sai, chẳng hạn với: $x = \frac{3+\sqrt{5}}{2}$ thì $3\left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right) = \left(\frac{3+\sqrt{5}}{2}\right)^2 + 1$ là đúng.

www.eLib.vn