BÀI 6: KHÁI NIỆM VỀ PHÉP DỜI HÌNH VÀ HAI HÌNH BẰNG NHAU

1. Giải bài 1 trang 23 SGK Toán Hình học 11

Trong mặt phẳng Oxy cho các điểm A(-3;2), B(-4;5) và C(-1;3)

a) Chứng minh rằng các điểm A'(2;3), B'(5;4) và C'(3;1) theo thứ tự là ảnh của A, B và C qua phép quay tâm O góc -90^0

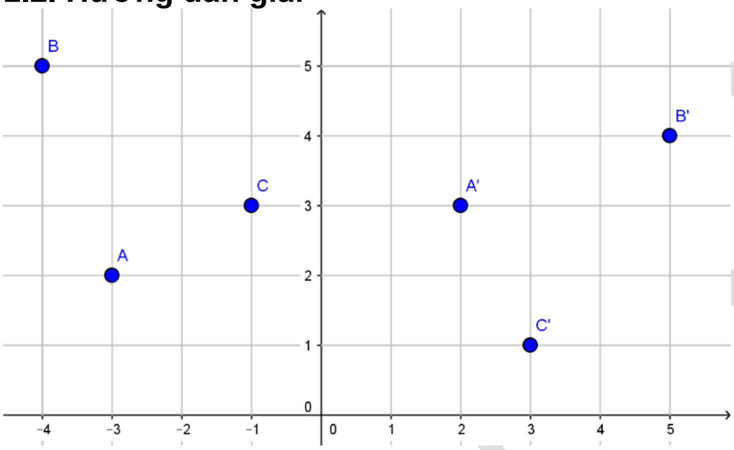
b) Gọi tam giác $A_1B_1C_1$ là ảnh của tam giác ABC qua phép dời hình có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép quay tâm O góc -90^0 và phép đối xứng qua trục Ox. Tìm tọa độ các đỉnh của tam giác $A_1B_1C_1$

1.1. Phương pháp giải

Sử dụng định nghĩa phép quay

\({Q_{\left({O;\alpha } \right)}}\left(M \right) = M' \) \(\Leftrightarrow \left\{ \begin{array}{l}
OM' = OM\\
\left({OM,OM'} \right) = \alpha
\end{array} \right.\)

1.2. Hướng dẫn giải



Điểm M' là ảnh của M qua phép quay tâm O, góc $\pm 90^0$ khi: $\left\{ \begin{array}{l} \left|\overrightarrow{OM}\right| = \left|\overrightarrow{OM'}\right| \\ \overrightarrow{OM}.\overrightarrow{OM'} = 0 \end{array} \right.$

Khi đó dựa vào tọa độ điểm ta xác định góc quay âm hay dương.

Câu a: Ta có: $\overrightarrow{OA} = (-3;2); \overrightarrow{OA'} = (2;3)$ suy ra: $\left|\overrightarrow{OA}\right| = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}; \left|\overrightarrow{OA'}\right| = \sqrt{4+9} = \sqrt{13}$

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{OA}\right| = \left|\overrightarrow{OA'}\right|$ và $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OA'} = -3.2 + 2.3 = 0$

Dựa vào biểu diễn điểm A và A' trên hệ trục tọa độ, suy ra góc quay âm.

Vậy $A' = Q_{(O;-90^0)}(A)$

Tương tự: $\overrightarrow{OB} = (-4;5); \overrightarrow{OB'} = (5;4)$

Suy ra $\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{OB}.\overrightarrow{OB'} = -4.5 + 5.4 = 0 \\ \left|\overrightarrow{OB}\right| = \left|\overrightarrow{OB'}\right| = \sqrt{41} \end{array} \right.$

Vậy $B' = Q_{(O;-90^0)}(B)$

$\overrightarrow{OC} = (-1;3); \overrightarrow{OC'} = (3;1)$

Suy ra $\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{OC}.\overrightarrow{OC'} = -1.3 + 3.1 = 0 \\ \left|\overrightarrow{OC}\right| = \left|\overrightarrow{OC'}\right| = \sqrt{10} \end{array} \right.$

Vậy $C' = Q_{(O;-90^0)}(C)$

Hai tam giác A'B'C' là ảnh của tam giác ABC qua $Q_{(O;-90^0)}$. (đpcm)

Câu b: Từ câu a ta thấy ảnh của tam giác ABC qua $Q_{(O;-90^0)}$ là tam giác A'B'C'.

Vậy tam giác A1B1C1 là ảnh của tam giác A'B'C' qua phép đối xứng trục Ox.

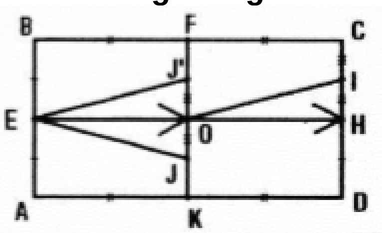
Ta có: $\begin{cases} x_{A_1} = x_A \\ y_{A_1} = y_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A_1} = 2 \\ y_{A_1} = -3 \end{cases}$ hay $A_1(2; -3)$

Tương tự ta có: B1(5;-4), C1(3;-1)

2. Giải bài 2 trang 24 SGK Toán Hình học 11

Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi E, F, H, K, O, I, J lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA, KF, HC, KO. Chứng minh hai hình thang AEJK và FOIC bằng nhau.

2.1. Hướng dẫn giải



Xét phép đối xứng trục ĐEH ta có:

F = ĐEH (K), B = ĐEH (B), E = ĐEH(E), ĐEH (J) = J' (J' là trung điểm OF).

Vậy ảnh của hình thang AEJK qua ĐEH là hình thang BEJ'F (1).

Xét phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{EO}}$ ta có $F = T_{\overrightarrow{EO}}(B), I = T_{\overrightarrow{EO}}(J'), C = T_{\overrightarrow{EO}}(F), O = T_{\overrightarrow{EO}}(E)$

Vậy hình thang FOIC là ảnh của hình thang BEJ'F qua $T_{\overrightarrow{EO}}$ (2).

Từ (1) và (2) ta có tồn tại phép dời hình (thực hiện liên tiếp hai phép dời hình là đối xứng trục và tịnh tiến ta cũng được một phép dời hình) biến hình thang AEJK thành hình thang FOIC hay hai hình thang đó bằng nhau.

3. Giải bài 3 trang 24 SGK Toán Hình học 11

Chứng minh rằng: Nếu một phép dời hình biến tam giác ABC thành tam giác A'B'C' thì nó cũng biến trọng tâm của tam giác ABC tương ứng thành trọng tâm của tam giác A'B'C'.

3.1. Hướng dẫn giải

Gọi phép dời hình đó là F.

Do F biến các đoạn thẳng AB, AC tương ứng thành các đoạn thẳng A'B', A'C' nên nó cũng biến các trung điểm M, N của các đoạn thẳng AB, AC tương ứng theo thứ tự thành các trung điểm M', N' của các đoạn thẳng A'B', A'C'.

Vậy F biến các trung tuyến AM, CN của tam giác ABC tương ứng thành các trung tuyến A'M', C'N' của tam giác A'B'C'.

Từ đó suy ra F biến trọng tâm G của tam giác ABC là giao của AM và CN thành trọng tâm G' của tam giác A'B'C' là giao của A'M' và C'N'