KHOA KIẾN
TRÚC- XÂY DỰNG

NGHIÊN CỨU KHOA HỌC KIẾN TRÚC XÂY DỰNG

Bài toán tối ưu kết cấu dàn phẳng sử dụng phân tích trực tiếp có xét đến điều kiện ràng buộc về tần số dao động riêng

Bài toán tối ưu kết cấu dàn phẳng sử dụng phân tích trực tiếp có xét đến điều kiện ràng buộc về tần số dao động riêng

Hà Mạnh Hùng[1*], Trương Việt Hùng[2]

[1]*Khoa Xây dựng dân dụng và công nghiệp, Trường Đại học Xây dựng*
[2]*Khoa Công trình, Trường Đại học Thủy lợi*

Ngày nhận bài 17/2/2020; ngày chuyển phản biện 21/2/2020; ngày nhận phản biện 27/3/2020; ngày chấp nhận đăng 10/4/2020

Tóm tắt:

Trong bài báo này, các tác giả trình bày cách thiết lập và giải quyết bài toán tối ưu dàn thép chịu các tổ hợp tải trọng khác nhau có xét đến điều kiện ràng buộc về tần số dao động riêng. Phân tích trực tiếp được sử dụng để xét đến các ứng xử phi tuyến tính, phi đàn hồi của kết cấu. Hàm mục tiêu của bài toán tối ưu là tổng giá thành của công trình được đơn giản hóa như hàm tổng khối lượng. Các điều kiện ràng buộc của bài toán tối ưu gồm các yêu cầu về cường độ, sử dụng và tần số dao động riêng. Thuật toán tiến hóa vi phân được sử dụng để giải bài toán tối ưu đề ra. Dàn thép phẳng 10 thanh được xem xét để minh họa cho nghiên cứu này.

Từ khóa: **dàn thép, phân tích trực tiếp, tiến hóa vi phân, tối ưu.**

Chỉ số phân loại: **2.1**

Đặt vấn đề

Kết cấu dàn là một trong những loại kết cấu được sử dụng phổ biến hiện nay nhờ khả năng vượt nhịp lớn, hình thức đẹp và phong phú, phát huy tối đa khả năng của vật liệu nên khối lượng nhẹ… Việc thiết kế dàn thép hiện nay thường được áp dụng theo cách tiếp cận gián tiếp với 2 bước thiết kế nhằm có thể xét đến các tính chất phi tuyến hình học của kết cấu và phi đàn hồi của vật liệu. Ở bước đầu tiên, nội lực của các thanh dàn được xác định dựa trên phân tích tuyến tính đàn hồi. Từ các nội lực đã được tính toán này, trong bước thứ hai các thanh dàn sẽ được thiết kế riêng lẻ bằng việc áp dụng các công thức có xét đến các ứng xử phi tuyến của kết cấu được cung cấp trong các tiêu chuẩn hiện hành như AISC LRFD [1], Eurocode [2]... Phương pháp thiết kế truyền thống này có nhiều ưu điểm như thiết kế rất nhanh, đơn giản và kết quả có độ chính xác chấp nhận được. Tuy nhiên, việc tiếp cận gián tiếp như trên khiến cho các ứng xử của toàn bộ kết cấu không được mô tả một cách chính xác. Ngoài ra, tính tương thích của các phần tử riêng lẻ đối với toàn hệ thống cũng không được đảm bảo. Để khắc phục các nhược điểm này, gần đây các phương pháp phân tích trực tiếp được nhiều nhà khoa học chú ý nghiên cứu, mở ra hướng đi mới trong thiết kế kết cấu dàn thép nói riêng và công trình xây dựng nói chung. Ưu điểm của phân tích trực tiếp là tính toán được khả năng chịu tải của toàn bộ công trình cũng như các ứng xử phi tuyến của công trình trong các giai đoạn đàn hồi và ngoài đàn hồi [3-6].

Để phát huy hiệu quả công tác thiết kế, thiết kế tối ưu cũng được quan tâm nghiên cứu và áp dụng rộng rãi trong kết cấu dàn thép. Ưu điểm của thiết kế tối ưu là nó cho phép đưa ra các giải pháp thiết kế có chi phí về xây dựng thấp hơn rất nhiều so với các phương pháp thiết kế thông thường mà các yêu cầu về thiết kế đối với công trình vẫn được đảm bảo. Tùy thuộc vào mục đích của nhà thiết kế mà bài toán tối ưu thanh dàn có thể chia ra làm 3 loại cơ bản là tối ưu tiết diện (sizing optimization), tối ưu hình học (shape optimization) hay tối ưu vật liệu (topology optimization). Trong bài toán tối ưu tiết diện, tiết diện của các thanh dàn là các biến thiết kế và được lựa chọn sao cho tổng giá thành xây dựng hoặc tổng khối lượng của cả hệ được tối thiểu hóa mà vẫn đảm bảo các điều kiện về thiết kế. Bài toán tối ưu kết cấu dàn sẽ trở nên phức tạp với độ phi tuyến cao khi các ứng xử phi tuyến tính, phi đàn hồi của công trình được xét đến. Trong trường hợp này, các thuật toán meta hơ-rít-tíc thường được sử dụng để giải bài toán tối ưu [7-9]. Một số thuật toán meta hơ-rít-tíc hiệu quả cao trong việc giải quyết các bài toán tối ưu tiết diện của dàn thép là: tiến hóa vi phân (Differential Evolution - DE), tối ưu bầy đàn (Particle Swarm Optimization - PSO), giải thuật di truyền (Genetic Algorithm - GA), thuật toán bầy ong (Bee)...

Các điều kiện ràng buộc trong bài toán tối ưu tiết diện dàn thép thường được giới hạn là các điều kiện chuyển vị và cường độ theo các tổ hợp tải trọng được quy định trong các tiêu chuẩn. Bên cạnh đó, để cải thiện hiệu suất làm việc của cấu trúc và ngăn chặn các hiện tượng cộng hưởng, các

*Tác giả liên hệ: Email: hunghm@nuce.edu.vn

Optimisation of planar trusses using direct design considering frequency constraints

Manh Hung Ha[1*], Viet Hung Truong[2]

[1]*Faculty of Building and Industrial Construction, National University of Civil Engineering*

[2]*Faculty of Civil Engineering, Thuyloi University*

Received 17 Febuary 2020; accepted 10 April 2020

Abstract:

In this paper, the authors presented the method to establish and solve the optimisation of steel trusses subjected to several load combinations and frequency constraints. A direct design was employed to account for the non-geometric non-linear behaviour of the structure. The objective function of the optimisation problem was the total cost of the structure which was simplified as a function of total weight. The constraints of the optimisation included the strength and serviceability conditions, and structural frequency requirements. The differential evolution algorithm was applied to solve the proposed optimisation problem. A 10-bar planar truss was studied to illustrate this work.

Keywords: **differential evolution, direct design, optimisation, steel truss.**

Classification number: **2.1**

ràng buộc động rất cần được xét đến trong các bài toán tối ưu [10]. Để thực hiện điều này, các điều kiện ràng buộc về tần số dao động riêng của kết cấu được xét đến. Một số nghiên cứu nổi bật về bài toán tối ưu dàn thép có điều kiện ràng buộc là tần số dao động riêng có thể kể đến như P.H. Anh [11], Kaveh và Zolghadr [12], Farshchin và cs [13]… Tuy số lượng các nghiên cứu về tối ưu dàn thép chịu điều kiện ràng buộc là các tổ hợp tải trọng hoặc là tần số dao động riêng của kết cấu khá nhiều, nhưng theo hiểu biết của tác giả chưa có một nghiên cứu nào xét đến các điều kiện ràng buộc nêu trên một cách đồng thời. Điều này khiến cho các nghiên cứu tối ưu về kết cấu dàn có khoảng trống cần được bổ khuyết.

Trong nghiên cứu này, các tác giả trình bày bài toán tối ưu dàn thép có điều kiện ràng buộc, gồm cả điều kiện ràng buộc về chuyển vị và cường độ dưới các tổ hợp tải trọng khác nhau và điều kiện ràng buộc về tần số dao động riêng của kết cấu. Hàm mục tiêu của bài toán tối ưu được đơn giản hóa như hàm tổng khối lượng. Các điều kiện ràng buộc về cường độ và sử dụng được xác định dựa vào phân tích trực tiếp cho phép xét đến các tính chất phi tuyến hình học của kết cấu và phi tuyến vật liệu. Thuật toán tiến hóa vi phân được sử dụng để giải bài toán tối ưu đề ra. Dàn thép phẳng 10 thanh được xem xét để minh họa cho nghiên cứu này.

Thiết lập bài toán tối ưu dàn thép

Tổng khối lượng của kết cấu được chọn là hàm mục tiêu của bài toán và được tối thiểu hóa theo phương trình (1).

$$Min\ W(\mathbf{Y}) = \rho \sum_{i=1}^{d} \left(y_i \sum_{j=1}^{d_i} L_{ij} \right) \qquad (1)$$

trong đó ρ là khối lượng riêng của vật liệu; $\mathbf{Y} = (y_1, y_2, ..., y_d)$ là vec tơ biến thiết kế, cũng chính là diện tích tiết diện của các thanh dàn; d là số lượng biến thiết kế; d_i là số thanh dàn trong nhóm phần tử thanh thứ i; L_{ij} là chiều dài của thanh dàn thứ j trong nhóm phần tử thứ i. Trong bài toán thiết kế có biến là biến liên tục thì biến thiết kế $y_i\,(i = 1,..,d)$ được chọn trong khoảng giá trị cho trước $\left[y_i^{lowb}, y_i^{upb} \right]$. Trong bài toán thiết kế có biến là biến rời rạc thì y_i được chọn từ một tập hợp các giá trị rời rạc cho trước.

Đối với tổ hợp trạng thái giới hạn cường độ, bằng việc sử dụng phân tích trực tiếp cho phép tính toán khả năng chịu tải của cả công trình, điều kiện ràng buộc được thể hiện bằng công thức (2).

$$C_k^{str} = 1 - \frac{R_k}{S_k} \le 0 \qquad (2)$$

trong đó R_k là khả năng chịu tải của kết cấu đối với tổ hợp tải trọng thứ k và S_k là hiệu ứng do tổ hợp tải trọng cường độ thứ k gây ra.

Đối với tổ hợp trạng thái giới hạn sử dụng, điều kiện về chuyển vị sẽ được xem xét thông qua công thức (3).

$$C_{j,l}^{disp} = \frac{|\Delta_{j,l}|}{|\Delta_{j,l}^{u}|} - 1 \leq 0, \; j = 1,...,nn \quad (3)$$

trong đó nn là số nút dàn được xét điều kiện chuyển vị, $\Delta_{j,l}$ và $\Delta_{j,l}^{u}$ là chuyển vị và giới hạn chuyển vị của nút thứ j tương ứng với tổ hợp trạng thái giới hạn sử dụng thứ l.

Điều kiện ràng buộc về tần số dao động riêng của kết cấu được thể hiện như (4).

$$C_{m}^{fre} = \frac{f_{j,m}}{f_{j,m}^{u}} - 1 \leq 0, \; j = 1,...,nm \quad (4)$$

trong đó nm là số tần số dao động riêng được xét đến, $f_{j,m}$ và $f_{j,m}^{u}$ là tần số dao động riêng thứ j của kết cấu và giá trị cho phép của nó.

Đối với bài toán tối ưu có điều kiện ràng buộc ở trên, để áp dụng các thuật toán meta hơ-rít-tíc chúng ta cần sử dụng các kỹ thuật để xử lý các điều kiện ràng buộc. Trong nghiên cứu này, phương pháp hàm phạt được sử dụng do kỹ thuật này khá đơn giản và hiệu quả tốt cho hầu hết các loại ràng buộc khác nhau. Khi đó, hàm mục tiêu của bài toán được viết lại như sau:

$$W_{uncstr}(\mathbf{Y}) = (1 + \alpha_{str}\beta_1 + \alpha_{disp}\beta_2 + \alpha_{fre}\beta_3) \times \rho \sum_{i=1}^{d} \left(y_i \sum_{j=1}^{d_i} L_{ij} \right) \quad (5)$$

trong đó:

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \sum \left(\max \left(C_k^{str}, 0 \right) \right) \\ \beta_2 &= \sum \left(\sum_{j=1}^{nn} \max \left(C_{j,l}^{disp}, 0 \right) \right) \\ \beta_3 &= \sum \left(\sum_{j=1}^{nm} \max \left(C_{j,m}^{fre}, 0 \right) \right) \end{aligned} \quad (6)$$

với α_{str}, α_{disp} và α_{fre} là các tham số phạt tương ứng với các điều kiện ràng buộc về cường độ, chuyển vị và tần số dao động riêng. Công thức (5) cho thấy rằng, nếu một thiết kế mà vi phạm điều kiện ràng buộc thì hàm mục tiêu tương ứng sẽ được cộng thêm một giá trị gọi là giá trị phạt tương ứng cho vi phạm đó. Do quá trình tối ưu là tối thiểu hóa hàm mục tiêu, các thiết kế vi phạm điều kiện ràng buộc sẽ dần dần bị loại bỏ.

Giá trị của các tham số phạt này không phụ thuộc vào bài toán tối ưu, tuy nhiên thường được lấy giá trị đủ lớn nhằm loại bỏ các thiết kế bị vi phạm và chỉ còn lại các thiết kế thỏa mãn tất cả các điều kiện ràng buộc. Trong nghiên cứu này, các tham số phạt được lấy bằng 10.000.

Thuật toán tối ưu tiến hóa vi phân

Thuật toán tiến hóa vi phân (DE) được Storn và Price phát minh [14] và được ứng dụng thành công trong khá nhiều dạng bài toán tối ưu khác nhau, trong đó có các bài toán tối ưu về dàn [3, 11, 15]. Nội dung chính của thuật toán DE có thể tóm tắt như sau.

Giả thiết rằng chúng ta cần tối thiểu hóa hàm mục tiêu (7):

$$f(\mathbf{x}): R^n \rightarrow R, \mathbf{x} = \{x_i\}, x_i \in [x_{i,\min}, x_{i,\max}], i = 1,\ldots,d \quad (7)$$

trong đó d là số lượng biến, $x_{i,min}$ và $x_{i,max}$ lần lượt là giá trị biên dưới và biên trên của biến x_i. Để giải bài toán tối ưu này bằng thuật toán DE, đầu tiên một quần thể ban đầu gồm NP cá thể được tạo ra, $\mathbf{x}_k(0)$, $k = 1,..., NP$, theo công thức (8):

$$x_{k,i}(0) = x_{i,\min} + rand[0,1] \times (x_{i,\max} - x_{i,\min}), i = 1,\ldots,d \quad (8)$$

trong đó, $rand[0,1]$ là số thực chọn ngẫu nhiên trong khoảng từ 0 đến 1. Ở thế hệ thứ (t+1), tương ứng với cá thể thứ k trong quần thể, $\mathbf{x}_k(t)$, một cá thể mới được tạo ra bằng phép đột biến như sau:

$$\mathbf{u} = \mathbf{x}_{r_1}(t) + F \times \left[\mathbf{x}_{r_2}(t) - \mathbf{x}_{r_3}(\mathrm{t}) \right] \quad (9)$$

trong đó, r_1, r_2, r_3 là ba số tự nhiên được chọn ngẫu nhiên thỏa mãn điều kiện $1 \leq r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq k \leq NP$; F là hệ số khuếch đại thường được chọn trong khoảng (0,1). Trong nghiên cứu này chọn F = 0,7. Trong công thức (9), nếu xảy ra trường hợp một biến số u_j của véc tơ $\mathbf{u}$ vượt ra ngoài khoảng giá trị của nó $[x_{i,\min}, x_{i,\max}]$ thì u_j nhận giá trị biên nó vi phạm. Từ cá thể $\mathbf{u}$, một cá thể mới, $\mathbf{v}$, được tạo ra bằng cách lai ghép với $\mathbf{x}_k(t)$ theo nguyên tắc sau:

$$v_i = \begin{cases} u_i & \text{khi } rand[0,1] \leq Cr \\ x_{k,i}(t) & \text{khi } rand[0,1] > Cr \end{cases} \quad (10)$$

trong đó Cr là tham số lai ghép có giá trị trong khoảng (0,1). Thực hiện so sánh hàm mục tiêu của $\mathbf{v}$ và $\mathbf{x}_k(t)$, cá thể nào có giá trị hàm mục tiêu nhỏ hơn sẽ là cá thể thứ k trong quần thể ở thế hệ thứ (t+1).

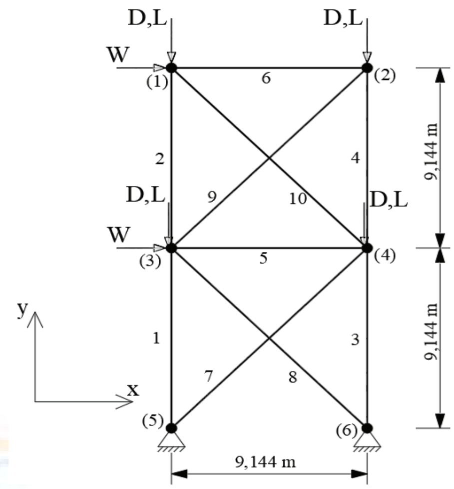
Lưu ý rằng, trong phương trình (9), cá thể $\mathbf{x}_{r_1}(t)$ đang được chọn là ngẫu nhiên trong quần thể. Tương ứng với trường hợp này ta gọi là kỹ thuật 'DE/rand/1'. Tuy nhiên, nếu $\mathbf{x}_{r_1}(t)$ được chọn là cá thể tốt nhất trong quần thể thì ta có kỹ thuật 'DE/best/1'. Đây là 2 kỹ thuật đột biến được sử dụng rộng rãi hiện nay. Điểm khác biệt giữa 2 kỹ thuật này là ở khả năng tìm kiếm tổng quát và tốc độ hội tụ của quá trình tối ưu. Cụ thể, kỹ thuật 'DE/rand/1' duy trì tốt sự đa dạng của quần thể và khả năng tìm kiếm toàn miền tốt hơn kỹ thuật 'DE/best/1'. Tuy nhiên, khả năng tìm kiếm địa phương và tốc độ hội tụ của kỹ thuật 'DE/rand/1' lại kém hơn 'DE/best/1'.

Ví dụ minh họa

Dàn phẳng 10 thanh

Để minh họa cho bài toán tối ưu có xét đến điều kiện ràng buộc là tần số dao động riêng, trong phần này chúng ta sẽ xem xét một dàn phẳng 10 thanh như trong hình 1. Nhịp dàn là 9.144 (mm). Tải trọng tác dụng gồm tĩnh tải DL, hoạt tải LL và tải trọng gió W được quy về thành các tải tập trung tại các nút dàn. Giá trị của DL, LL và W lần lượt là 400 (kN), 300 (kN) và 300 (kN). Vật liệu có cường độ chảy là $F_y = 344,7\,MPa$ và mô đun đàn hồi là $E = 200\,GPa$. Tải trọng khối tập trung, *mass*, dùng để tính tần số dao động riêng của kết cấu được giả thiết đặt tại nút dàn và có khối lượng là 454 (kg). Khối lượng riêng của vật liệu là 7.850 (kg/m^3).

Bài toán tối ưu có 10 biến thiết kế là tiết diện các thanh dàn được chọn trong khoảng giá trị [64,5; 22.580,6] (mm^2). Điều kiện ràng buộc gồm: 2 điều kiện về cường độ tương ứng với tổ hợp tải trọng $(1,6DL + 1,2LL)$ và $(1,2DL + 1,6W + 0,5LL)$; 1 điều kiện về chuyển vị tương ứng với tổ hợp $(1,0DL + 0,7W + 0,5LL)$ với giới hạn chuyển vị của các nút dàn theo phương ngang không vượt quá *h*/400 = 22,86 (mm) với h là chiều cao của tầng; 3 điều kiện về tần số dao động riêng: $f_1 \geq 7$, $f_2 \geq 15$ và $f_3 \geq 20\ (Hz)$ với f_1, f_2 và f_3 là 3 tần số dao động riêng đầu tiên của kết cấu. Các tổ hợp tải trọng được xét đến trong bài toán dựa theo tiêu chuẩn AISC-LRFD của Mỹ [1]. Phần mềm phân tích phi tuyến PAAP sẽ được sử dụng để tính toán ứng xử phi tuyến của kết cấu nhằm đánh giá điều kiện ràng buộc. Chi tiết về phần mềm PAAP độc giả có thể tìm đọc trong các tài liệu [3, 4, 8, 9]. Các thông số áp dụng của thuật toán DE được lựa chọn như sau: số biến thiết kế (*d*) là 10, quy mô quần thể (*NP*) là 25, số thế hệ tối đa (*MaxIteration*) là 4.000, biên độ đột biến (*F*) bằng 0,7, xác suất lai ghép (*Cr*) bằng 0,6. Lưu ý rằng, việc lựa chọn các tham số *NP*, *F* và *Cr* có ảnh hưởng đến kết quả của chương trình tối ưu. Ví dụ, nếu *NP* chọn lớn sẽ giúp quá trình tối ưu tránh bị tối ưu cục bộ tốt hơn nhưng lại hội tụ chậm hơn và tốn nhiều thời gian tính toán. Do vậy, tùy thuộc vào từng bài toán tối ưu khác nhau mà các giá trị này cần lựa chọn một cách thích hợp. Trong trường hợp nghiên cứu này, các giá trị của các tham số được lựa chọn dựa trên sự tham khảo tài liệu [3]. Điều kiện dừng lại của chương trình tối ưu là khi số thế hệ tối đa đạt đến giá trị cho trước, hoặc khi giá trị của hàm mục tiêu không thay đổi trong 1.000 thế hệ liên tục.



Hình 1. Dàn phẳng 10 thanh.

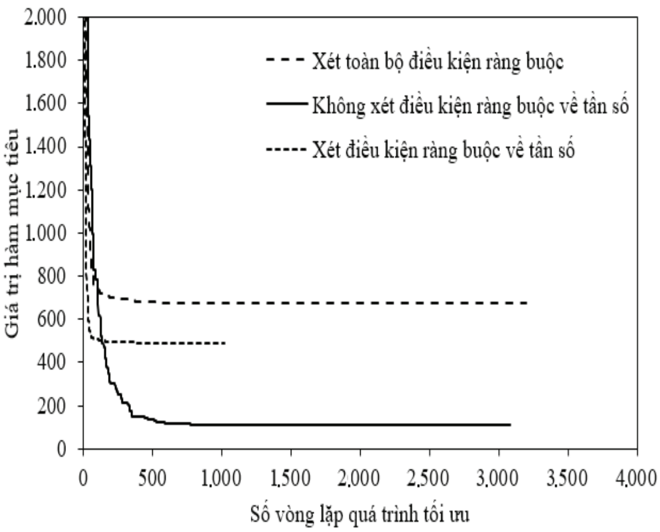
Kết quả tính toán và trao đổi

Ba trường hợp bài toán tối ưu được xem xét là: (1) Tất cả các điều kiện ràng buộc được xét, (2) Các điều kiện ràng buộc về tần số không được xét đến và (3) Chỉ xét các điều kiện ràng buộc về tần số. Để xét đến yếu tố ngẫu nhiên của các giải thuật meta hơ-rít-tíc, chương trình tối ưu được chạy 10 lần độc lập. Chỉ kết quả tối ưu tốt nhất được trình bày trong bảng 1. Dựa vào bảng 1 ta có thể thấy rằng, khi xét tất cả các điều kiện ràng buộc, giá trị tối ưu tìm được của dàn là 675,54 (kg), lớn hơn khá nhiều so với hai trường hợp còn lại. Điều này cho thấy rằng, bài toán tối ưu không chịu sự ảnh hưởng lớn của tất cả các điều kiện ràng buộc về cường độ, chuyển vị và tần số dao động riêng. Hay nói một cách khác, các điều kiện ràng buộc này đều đóng vai trò quan trọng trong bài toán tối ưu đang xét. Do đó, việc xét đến tất cả các điều kiện về cường độ, chuyển vị và tần số dao động riêng là cần thiết trong bài toán tối ưu kết cấu dàn.

Bảng 1. Kết quả tối ưu tốt nhất.

Phần tử	Tất cả điều kiện ràng buộc được xét	Không xét các điều kiện ràng buộc về tần số	Chỉ xét các điều kiện ràng buộc về tần số
1	597,55	64,50	1.143,60
2	365,33	64,50	520,33
3	2.763,90	370,95	1.131,10
4	733,74	126,45	483,73
5	499,06	276,05	64,50
6	64,50	64,50	150,34
7	1.339,60	226,25	727,75
8	817,69	64,50	794,48
9	490,71	70,39	437,94
10	454,19	64,50	419,85
Khối lượng tối ưu của dàn (kg)	675,54	112,62	492,38

Hình 2 trình bày đường cong hội tụ của 3 bài toán tối ưu. Bài toán xét điều kiện ràng buộc về tần số có tốc độ tối ưu nhanh hơn 2 bài toán kia và dừng lại khi số vòng lặp của quá trình tối ưu khoảng hơn 1.000 lần. Bài toán xét tất cả các điều kiện ràng buộc hội tụ chậm nhất và dừng lại khi số vòng lặp trên 3.500. Điều này có nghĩa là, việc xét đến điều kiện ràng buộc bao gồm cả tần số dao động riêng, cường độ và chuyển vị khiến cho bài toán tối ưu trở nên phức tạp hơn rất nhiều so với việc chỉ xét tần số dao động riêng. Nói một cách khác, bài toán tối ưu được xem xét trong bài báo này có tính phức tạp cao hơn rất nhiều so với bài toán tối ưu chỉ xét tần số dao động riêng.



Hình 2. Đường cong hội tụ của bài toán tối ưu hệ dàn 10 thanh.

Kết luận

Nghiên cứu đã trình bày một dạng bài toán tối ưu mới cho dàn thép trong đó có xét đến các điều kiện ràng buộc về chuyển vị và cường độ dưới các tổ hợp tải trọng khác nhau và điều kiện ràng buộc về tần số dao động riêng của kết cấu. Hàm mục tiêu của bài toán tối ưu là hàm tổng khối lượng. Các điều kiện ràng buộc về cường độ và sử dụng được xác định dựa vào phân tích trực tiếp cho phép xét đến các tính chất phi tuyến hình học của kết cấu và phi tuyến vật liệu. Thuật toán tiến hóa vi phân được sử dụng để giải bài toán tối ưu đề ra. Kết quả phân tích dàn thép phẳng 10 thanh cho thấy các điều kiện ràng buộc về cường độ, chuyển vị và tần số dao động riêng đều ảnh hưởng lớn đến kết quả tối ưu cho nên cần phải được xem xét. Bên cạnh đó, bài toán tối ưu có xét tất cả điều kiện ràng buộc về chuyển vị, cường độ và tần số dao động riêng có tính phức tạp cao hơn rất nhiều so với bài toán chỉ xét tần số dao động riêng. Điều này mở ra một lớp bài toán mới về tối ưu kết cấu dàn có tính phức tạp cao hơn và cũng thực tế hơn so với các bài toán tối ưu đã xét đến trước đó.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] AISC-LRFD (1999), "Manual of steel construction - load and resistance factor design", *Chicago (IL): American Institute of Steel Construction*.

[2] EN 1993-1-1 Eurocode 3 (2005), "Design of steel structures - part 1-1: general rules and rules for building", *Brussels: European Committee for Standardization*.

[3] T.V. Hung, S.E. Kim (2018), "Reliability-based design optimization of nonlinear inelastic trusses using improved differential evolution algorithm", *Advances in Engineering Software*, **121**, pp.59-74.

[4] T.H. Tai, S.E. Kim (2011), "Nonlinear inelastic time-history analysis of truss structures", *Journal of Constructional Steel Research*, **67(12)**, pp.1966-1972.

[5] H. Shi, H. Salim, F. Wei (2015), "Geometric and material nonlinear static and dynamic analysis of space truss structures", *Mechanics Based Design of Structures and Machines: An International Journal*, **43(1)**, pp.38-56.

[6] H. Saffari, N.M. Mirzai, I. Mansouri, M.H. Bagheripour (2013), "Efficient numerical method in second-order inelastic analysis of space trusses", *Journal of Computing in Civil Engineering*, **27(2)**, pp.129-138.

[7] T.V. Hung, S.E. Kim (2017), "An efficient method for reliability-based design optimization of nonlinear inelastic steel space frames", *Struct. Multidisc. Optim.*, **56**, pp.331-351.

[8] H.M. Hung, V.Q. Anh, T.V. Hung (2018), "Optimum design of stay cables of steel cable-stayed bridges using nonlinear inelastic analysis and genetic algorithm", *Structures*, **16**, pp.288-302.

[9] H.M. Hung, V.Q. Viet, T.V. Hung (2020), "Optimization of nonlinear inelastic steel frames considering panel zones", *Advances in Engineering Software*, **142**, pp.102771.

[10] R. Grandhi (1993), "Structural optimization with frequency constraints-a review", *AIAA J.*, **31(12)**, pp.2296-2303.

[11] P.H. Anh (2016), "Truss optimization with frequency constraints using enhanced differential evolution based on adaptive directional mutation and nearest neighbor comparison", *Advances in Engineering Software*, **102**, pp.142-154.

[12] A. Kaveh, A. Zolghadr (2014), "Democratic PSO for truss layout and size optimization with frequency constraints", *Computers & Structures*, **130**, pp.10-21.

[13] M. Farshchin, C.V. Camp, M. Maniat (2016), "Multi-class teaching–learning-based optimization for truss design with frequency constraints", *Engineering Structures*, **106**, pp.355-369.

[14] R. Storn, K. Price (1997), "Differential evolution - a simple and efficient heuristic for global optimization over continuous spaces", *Journal of Global Optimization*, **11(4)**, pp.341-359.

[15] X.Q. Lieu, D.T.T. Dieu, J.H. Lee (2018), "An adaptive hybrid evolutionary firefly algorithm for shape and size optimization of truss structures with frequency constraints", *Computers & Structures*, **195**, pp.99-112.