

KHOA KIẾN  
TRÚC- XÂY DỰNG

-----

**NGHIÊN CỨU KHOA HỌC KIẾN TRÚC  
XÂY DỰNG**

**TÍNH TOÁN DẦM BÊ TÔNG CỐT THÉP CHỊU UỐN XIÊN  
SỬ DỤNG MÔ HÌNH PHI TUYẾN**

# TÍNH TOÁN DẦM BÊ TÔNG CỐT THÉP CHỊU UỐN XIÊN SỬ DỤNG MÔ HÌNH PHI TUYẾN

TS. TRẦN NGỌC LONG, TS. PHAN VĂN PHÚC, TS. NGUYỄN TRỌNG HÀ  
Trường Đại học Vinh

Tóm tắt: Dầm bê tông cốt thép (BTCT) là cấu kiện được sử dụng nhiều trong các công trình xây dựng dân dụng và công nghiệp. Nó làm việc thực tế thông thường ở trạng thái chịu uốn phẳng, tuy vậy, trong một số trường hợp đặc biệt nó vẫn chịu uốn không gian (uốn xiên). Hiện nay đã có nhiều nhà khoa học trên thế giới đưa ra phương pháp tính toán thiết kế cho dầm BTCT chịu uốn với nhiều phương pháp tính đơn giản, nhưng chúng chỉ có thể áp dụng cho các trường hợp dầm chịu uốn phẳng. Để giải quyết bài toán về trạng thái ứng suất biến dạng dầm BTCT chịu uốn xiên, người ta có thể dùng phương pháp của sức bền vật liệu đối với lý thuyết đàn hồi, còn ngược lại, đối với lý thuyết biến dạng dẻo của BTCT, hiện nay chủ yếu dùng phương pháp phần tử hữu hạn để tính toán. Với phương pháp phần tử hữu hạn thì có nhược điểm là tính toán phức tạp với nhiều phương trình và nhiều ẩn số, phụ thuộc nhiều vào các phần mềm tính toán. Bài viết này đưa ra một phương pháp tính toán đơn giản hơn, dựa trên cơ sở cân bằng lực, mô men của mặt cắt tiết diện, với phương pháp này, chúng ta có thể tìm thấy được vị trí xuất hiện vết nứt, vị trí phá hoại của bê tông vùng nén, BTCT, từ đó đưa ra phương án thiết kế, bố trí cốt thép cho dầm BTCT chịu uốn xiên. Chúng ta cũng có thể áp dụng phương pháp này với bất kỳ cấu kiện nào và với bất kỳ dạng tiết diện nào. Các tác giả đã kết hợp lý thuyết tính toán với lập trình trong phần mềm MathCad để mang lại cho người đọc một cách đơn giản và ngắn gọn nhất.

Từ khóa: Mô hình biến dạng phi tuyến, dầm chịu uốn xiên, ứng suất, biến dạng, bê tông cốt thép.

Abstract: Reinforced concrete beams are components that are widely used in civil and industrial construction. Normally, Reinforced concrete (RC) beams work practically in flat bending state; however, in some special cases it is subject to spatial bending (oblique bending). Currently, there are also many scientists in the world who have provided the design calculation methods to calculate for RC beams with many simple methods, but they only can use to cases of flat bending beams. To solve the problem of stress-strain state of RC beams under oblique bending, we can use the method of strength of materials. Otherwise, with plastic theory of RC, currently, we mainly can use finite element method

for calculation. The finite element method has the disadvantage of complex calculations with many equations and many unknowns, depending on the analysis software. This article provides a simpler method of calculation, based on the balance of force and torque of the cross section, with this method, we can find the location of cracking, destructive location of the compression zone concrete, RC, from which offers design plans, reinforced arrangements for RC beams under oblique bending. This method can also be used to any structure and to any type of section. The authors have combined analysis theory with programming in Mathcad software to bring readers the simplest and most compact way.

Key words: Model of non-linear deformation, beam under oblique bending, stress, deformation, reinforced concrete.

## 1. Đặt vấn đề

Như chúng ta đã biết, các dầm BTCT xuất hiện chủ yếu dưới dạng uốn phẳng, đối với những trường hợp này đã có rất nhiều nhà khoa học trên thế giới cũng như ở Việt Nam nghiên cứu phương pháp tính toán thiết kế về độ bền, độ võng, trạng thái nứt, phá hoại, từ biến, co ngót... [1, 2, 7, 8, 10, 11, 13]. Bên cạnh đó vẫn có nhiều công trình như nhà ở dân dụng, đền chùa, các công trình công cộng khác có sử dụng kết cấu dầm (xà gồ) với dạng uốn xiên. Hiện nay, để giải quyết bài toán về tính toán thiết kế dầm bê tông cốt thép chịu uốn xiên người ta có thể sử dụng lý thuyết đàn hồi như trong bài nghiên cứu của Bruno Tasca de Linhares [9, 12]. Nếu xét theo mô hình đàn dẻo với các tiêu chuẩn xây dựng Mỹ và Việt Nam (2012) thì cũng chỉ có thể sử dụng phương pháp gần đúng kèm theo các quy ước từ thực nghiệm để tính toán [4–6], chúng mang tính ứng dụng nhưng độ chính xác chưa cao. Đối với những trường hợp dầm có tác dụng tải trọng cũng như hình dạng tiết diện bất kỳ thì chỉ duy nhất dùng phương pháp phần tử hữu hạn, với nhược điểm là phương pháp phân tích tồn tại nhiều ẩn số, nhiều phương trình, dẫn đến khối lượng bài toán lớn. Để đơn giản hóa thì người ta có thể dùng sự trợ giúp của các phần mềm sử dụng

phương pháp phần tử hữu hạn (SAP, ETABS, ABAQUS, ANSYS...), nhưng đối với phương án này thì người thiết kế khó kiểm soát được quá trình cũng như kết quả mà nó mang lại.

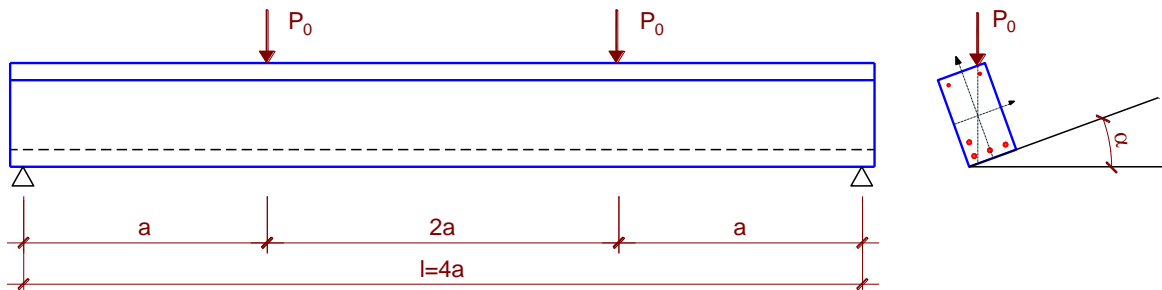
Bài viết này trình bày phương pháp tính toán trạng thái ứng suất biến dạng với việc áp dụng tiêu chuẩn Nga SP 63.13330.2018 [16] và tiêu chuẩn Việt Nam (TCVN 5574:2018) [5] để tính toán một trường hợp đại diện cho các vấn đề còn tồn tại ở trên, như là dầm BTCT có tiết diện hình chữ nhật, chịu uốn xiên. Các tác giả đã kết hợp lý thuyết tính toán với lập trình trong phần mềm MathCad để mang lại cho người đọc một cách đơn giản và ngắn gọn nhất. Với cách tính toán này cũng có một số tác giả đã áp dụng hiệu quả để giải quyết bài toán về vật liệu bê tông sợi thép như trong [14].

Tính toán kết cấu với việc sử dụng mô hình biến dạng phi tuyến được trình bày thành một quá trình lập và nhiệm vụ này là xây dựng cách xác định giá trị gần đúng biến dạng tương đối của bê tông và cốt thép lúc cấu kiện có độ cong lớn nhất. Ngoài ra, đường cong này được xác định trong mỗi lần thay đổi mô đun biến dạng của mỗi phần tử. Quá trình lập sẽ được dừng lại khi độ cong của trục dọc tại tiết diện

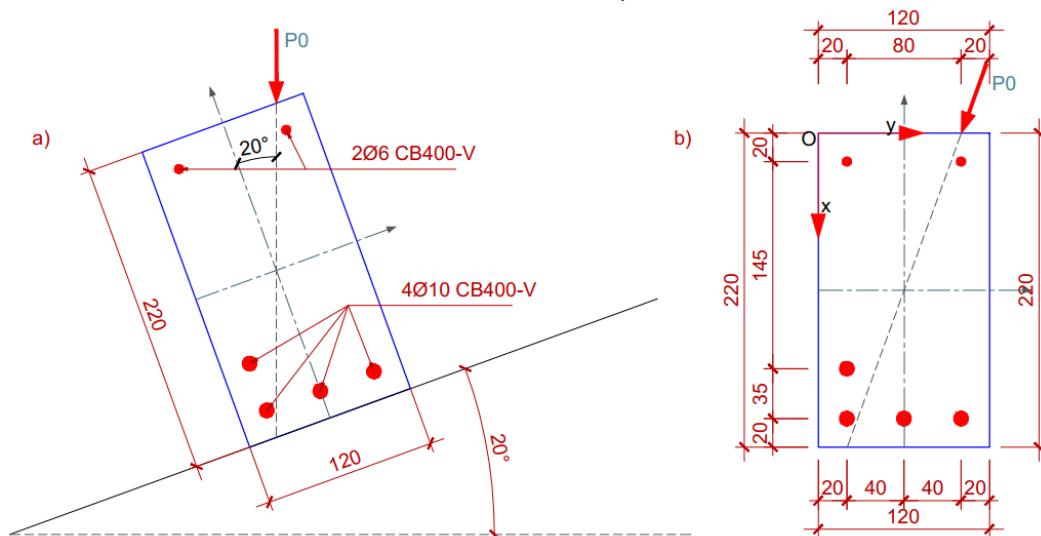
ngang đang xét của cấu kiện trong các mặt phẳng tác dụng của các mô men  $M_x$  và  $M_y$  nhỏ hơn 1%. Kết quả trạng thái ứng suất biến dạng mặt cắt tiết diện là kết quả của lần tính cuối cùng.

**2. Nội dung nghiên cứu**

Phương pháp tính toán được trình bày dưới dạng phân tích kết hợp với ví dụ cụ thể để làm sáng tỏ vấn đề. Việc đầu tiên là chúng ta cần xác định các dữ liệu đầu vào như tải trọng tác dụng, sơ đồ kết cấu dầm BTCT, nội lực tính toán. Để đơn giản hóa, các tác giả đã giả định là nội lực với mô men có trước (tức là có trước các giá trị chiều dài  $a$  lực tác dụng  $P_0$  như trên hình 1), nhiệm vụ của bài viết là tính toán trạng thái ứng suất - biến dạng của mặt cắt tiết diện nguy hiểm nhất của dầm BTCT có tiết diện chữ nhật, chịu uốn xiên. Sơ đồ kết cấu và mặt cắt tiết diện đối tượng xét được mô tả như hình 1, chi tiết mặt cắt tiết diện dầm như hình 2, với hình 2a là sơ đồ bố trí cốt thép trên mặt cắt tiết diện, hình 2b sơ đồ khoảng cách các chi tiết như cốt thép, lớp bảo vệ, khoảng cách giữa các thanh cốt thép (các thông số được các tác giả giả định ban đầu).



Hình 1. Sơ đồ dầm BTCT chịu uốn xiên



Hình 2. Chi tiết mặt cắt dầm: a) Bố trí cốt thép, b) Sơ đồ chi tiết các khoảng cách

## KẾT CẤU - CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG

Vật liệu bê tông được chọn B15, cốt thép với mác CB400-V, đặc trưng vật lý của chúng được lấy theo tiêu chuẩn Việt Nam (TCVN) 5574:2018 như sau:

- Bê tông B15 có mô đun đàn hồi  $E = 24000 \text{ MPa}$ , cường độ tính toán chịu nén và chịu kéo tương ứng  $R_b = 8.5 \text{ MPa}$ ,  $R_{bt} = 0.75 \text{ MPa}$ , các giá trị biến dạng tương đối:  $\varepsilon_{b1,red} = 0.0015$ ;  $\varepsilon_{b2} = 0.0035$ ;  $\varepsilon_{bt,red} = 0.00008$ ;  $\varepsilon_{bt2} = 0.00015$ ;  $E_{b,red} = \frac{R_b}{\varepsilon_{b,red}} = \frac{8.5}{150 \cdot 10^{-5}} = 5666.7 \text{ MPa}$ ;  
 $E_{bt,red} = \frac{R_{bt}}{\varepsilon_{bt,red}} = \frac{0.75}{8 \cdot 10^{-5}} = 9375 \text{ MPa}$ .

trong đó:

- $\varepsilon_{b1,red}$  - Biến dạng tương đối lớn nhất tương ứng với giai đoạn nén đàn hồi;
- $\varepsilon_{b2}$  - Biến dạng tương đối lớn nhất của bê tông chịu nén (lấy theo tiêu chuẩn 5574:2018);
- $\varepsilon_{bt,red}$  - Biến dạng tương đối lớn nhất tương ứng với giai đoạn kéo đàn hồi;
- $\varepsilon_{bt2}$  - Biến dạng tương đối lớn nhất của bê tông chịu kéo (lấy theo tiêu chuẩn 5574:2018);
- $E_{b,red}$  - Mô đun biến dạng quy đổi của bê tông chịu nén;
- $E_{bt,red}$  - Mô đun biến dạng quy đổi của bê tông chịu kéo.

- Cốt thép dùng CB400-V theo tiêu chuẩn Việt Nam 5574:2018 và A400 tiêu chuẩn SP\_63.13330.2018 có các thông số sau:  $R_s = 350 \text{ MPa}$ ;  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ ;  $\varepsilon_{s0} = \frac{R_s}{E} = \frac{350}{2 \cdot 10^5} = 1.75 \cdot 10^{-3}$ ;  $\varepsilon_{s2} = 25 \cdot 10^{-3}$ . Mô đun biến dạng ban đầu:  $E_{s,red} = E_s = 2 \cdot 10^5 \text{ MPa}$ .

- Mô hình biến dạng phi tuyến 2 đường thẳng của bê tông được thể hiện trên hình 3, của cốt thép được thể hiện trên hình 4.

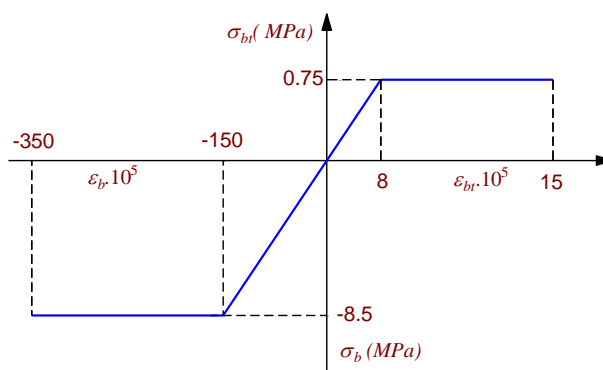
Ý nghĩa của mô hình biến dạng phi tuyến 2 đường thẳng của bê tông B15:

Đối với vùng chịu nén:

- $-150 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{bi} < 0$ :  $\sigma_{bi} = \varepsilon_{bi} \cdot E_{b,red} \text{ MPa}$ ;  $E'_{bi} = E_{b,red} = \frac{R_b}{150 \cdot 10^{-5}} = 5666.7 \text{ MPa}$ .
- $-350 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{bi} < -150 \cdot 10^{-5}$ :  $\sigma_{bi} = R_b = 8.5 \text{ MPa}$ ;  $E'_{bi} = \frac{R_b}{\varepsilon_{bi}} = \frac{8.5}{\varepsilon_{bi}} \text{ MPa}$ .
- $\varepsilon_{bi} < -350 \cdot 10^{-5}$ :  $\sigma_{bi} = 0$ ;  $E'_{bi} = 0$

Đối với vùng chịu kéo:

- $0 < \varepsilon_{bti} < 8 \cdot 10^{-5}$ :  $\sigma_{bti} = \varepsilon_{bti} \cdot E_{bt,red} \text{ MPa}$ ;  $E'_{bti} = E_{bt,red} = 9375 \text{ MPa}$ .
- $8 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{bti} < 15 \cdot 10^{-5}$ :  $\sigma_{bti} = R_{bt} = 0.75 \text{ MPa}$ ;  $E'_{bti} = \frac{0.75}{\varepsilon_{bti}} \text{ MPa}$ .
- $15 \cdot 10^{-5} < \varepsilon_{bti}$ :  $\sigma_{bti} = 0$ ;  $E'_{bti} = 0$



Hình 3. Mô hình biến dạng phi tuyến dạng 2 đường thẳng của bê tông

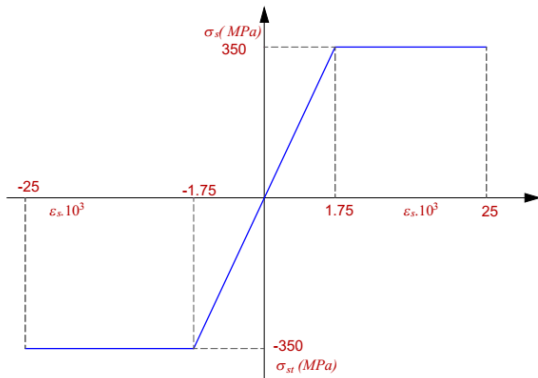
Cốt thép sử dụng mác CB400-V, cường độ tính toán chịu kéo và chịu nén:

Đối với vùng chịu kéo và nén:

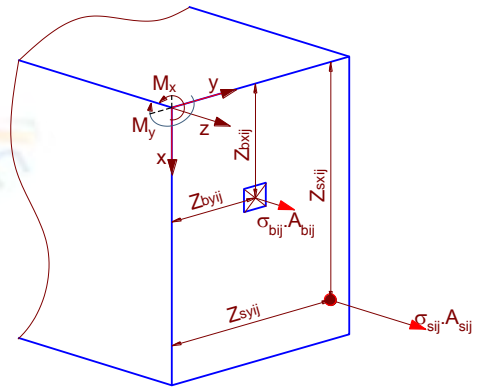
- $-1.75 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{si} < 1.75 \cdot 10^{-3}$ :  $\sigma_{si} = R_s \cdot \frac{\varepsilon_{si}}{\varepsilon_{s1}} = 350 \cdot \frac{\varepsilon_{si}}{1.75 \cdot 10^{-3}}$  MPa;  $E'_{si} = E_{s,red}$  MPa.
- $1.75 \cdot 10^{-3} < \varepsilon_{si} < 25 \cdot 10^{-3}$  và  $-1.75 \cdot 10^{-3} > \varepsilon_{si} > -25 \cdot 10^{-3}$ :  $\sigma_{si} = 350$  MPa;  $E'_s = \frac{R_s}{\varepsilon_{si}} = \frac{350}{\varepsilon_{si}}$  MPa.
- $\varepsilon_{si} > 25 \cdot 10^{-3}$  và  $\varepsilon_{si} < -25 \cdot 10^{-3}$ :  $\sigma_{si} = 0$ ,  $E'_s = 0$

(Chỉ số *i* trong các biểu thức trên mang ý nghĩa thứ tự lần tính toán)

Mô hình biến dạng phi tuyến 2 đường thẳng của thép được thể hiện qua hình 4 dưới đây.



**Hình 4.** Mô hình biến dạng phi tuyến dạng 2 đường thẳng của cốt thép



**Hình 5.** Sơ đồ mặt cắt phần tử

Để áp dụng mô hình biến dạng phi tuyến ta chấp nhận các quan điểm tính toán sau:

- Tại các phần tử nhỏ của mặt cắt tiết diện được coi là làm việc đồng nhất, tức là biến dạng và ứng suất trong mỗi phần tử của mặt cắt tiết diện là như sau;
- Áp dụng quy luật mặt cắt tiết diện phẳng đối với dầm chịu uốn [3, 15, 16];
- Dưới tác dụng tải trọng, dầm bị uốn cong với một phương nào đó với một bán kính cong nào đó.

Với những quan niệm về tính toán như vậy, ta chia mặt cắt tiết diện thành nhiều phần nhỏ như hình 5. Chỉ số *i, j* là chỉ số phần tử thứ tự theo trục *x* và trục *y* (theo trục *x* chia làm *i* phần, theo trục *y* là *j* phần).

trong đó:

- $Z_{bxij}; Z_{byij}$  là khoảng cách từ tâm phần tử bê tông đến trục *y* và trục *x*;
- $Z_{sxij}; Z_{syij}$  là khoảng cách từ tâm phần tử cốt thép đến trục *y* và trục *x*;
- $M_x, M_y$ : mô men của dầm đối với trục *y* và trục *x*.

Phương pháp được xây dựng dựa trên cơ sở mối quan hệ của ứng suất và biến dạng của vật liệu bê

tông và cốt thép, mối quan hệ này được sử dụng đến vòng lặp cuối cùng. Mô đun biến dạng được xác định bằng cách nhân mô đun đàn hồi với hệ số đàn hồi tương ứng. Để xác định mô đun biến dạng cho mỗi lần tính toán ta dùng các công thức sau:

$$E_{bij} = \nu_{bij} \cdot E_b = \frac{\sigma_{bij}}{\varepsilon_{bij}} \quad (1)$$

$$E_{sij} = \nu_{sij} \cdot E_s = \frac{\sigma_{sij}}{\varepsilon_{sij}} \quad (2)$$

trong đó:  $E_{bij}; E_{sij}$  - lần lượt là mô đun biến dạng phần tử *i, j* của bê tông và cốt thép.

Công thức xác định các giá trị nội lực các định theo [16]:

$$M_x = D_{11} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{12} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{13} \cdot \varepsilon_0 \quad (3)$$

$$M_y = D_{21} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{22} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{23} \cdot \varepsilon_0 \quad (4)$$

$$N = D_{31} \cdot \frac{1}{r_x} + D_{32} \cdot \frac{1}{r_y} + D_{33} \cdot \varepsilon_0 \quad (5)$$

Trong đó:  $\varepsilon_0$  là biến dạng tương đối của góc tọa độ được chọn, các hệ số  $D_{m,n}$ ; ( $m, n = 1, 2, 3$ ) trong các công thức (3, 4, 5) có thể được viết lại như sau:

$$D_{11} = \sum_i \sum_j A_{bij} \cdot Z_{bxij}^2 \cdot E_{bij} + \sum_i \sum_j A_{sij} \cdot Z_{sxij}^2 \cdot E_{sij} \quad (6)$$

$$D_{22} = \sum_i \sum_j A_{bij} \cdot Z_{byij}^2 \cdot E_{bij} + \sum_i \sum_j A_{sij} \cdot Z_{syij}^2 \cdot E_{sij} \quad (7)$$

$$D_{12} = \sum_i \sum_j A_{bij} \cdot Z_{bxij} \cdot Z_{byij} \cdot E_{bij} + \sum_i \sum_j A_{sij} \cdot Z_{sxij} \cdot Z_{syij} \cdot E_{sij} \quad (8)$$

$$D_{13} = \sum_i \sum_j A_{bij} \cdot Z_{bxij} \cdot E_{bij} + \sum_i \sum_j A_{sij} \cdot Z_{sxij} \cdot E_{sij} \quad (9)$$

$$D_{23} = \sum_i \sum_j A_{bij} \cdot Z_{byij} \cdot E_{bij} + \sum_i \sum_j A_{sij} \cdot Z_{syij} \cdot E_{sij} \quad (10)$$

$$D_{33} = \sum_i \sum_j A_{bij} \cdot E_{bij} + \sum_i \sum_j A_{sij} \cdot E_{sij} \quad (11)$$

Biến dạng tương đối của mỗi phần tử bê tông và cốt thép được xác định theo các công thức (12), (13) sau:

$$\varepsilon_{bij} = \frac{1}{r_x} \cdot Z_{bxij} + \frac{1}{r_y} \cdot Z_{byij} + \varepsilon_0 \quad (12)$$

$$\varepsilon_{sij} = \frac{1}{r_x} \cdot Z_{sxij} + \frac{1}{r_y} \cdot Z_{syij} + \varepsilon_0 \quad (13)$$

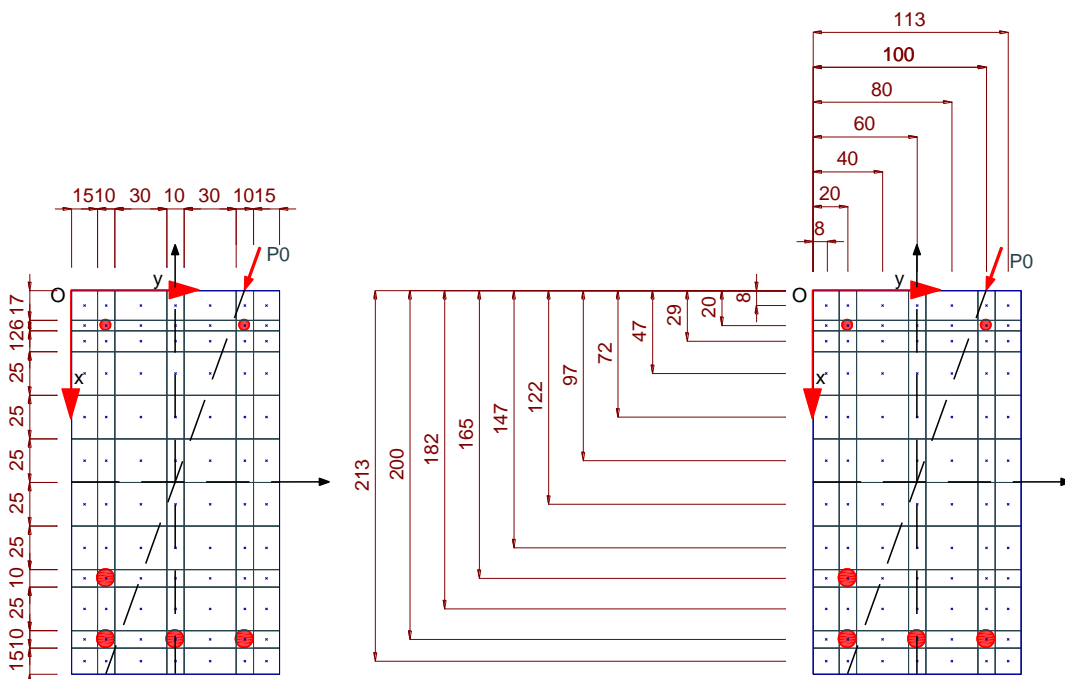
Trong lần tính toán đầu tiên ta sử dụng các mô đun biến dạng  $E_{bij}, E_{sij}$  trong các công thức (6) ÷ (11) như sau:

- Đối với bê tông:  $E_{bij} = E_{b,red}$  (Theo tiêu chuẩn Nga [16]);
- Đối với cốt thép:  $E_{sij} = E_s$ .

Trong các lần tính toán tiếp theo, phương pháp tính toán được lặp lại nhưng giá trị mô đun biến dạng

được lấy theo công thức (1) và (2). Kết quả cuối cùng của bài toán là khi mà không tồn tại độ lệch của độ cong tâm các phần tử trong mặt phẳng uốn, như vậy, bài toán sẽ có nhiều lần tính toán, trong phạm vi ứng dụng, kết quả của quá trình tính toán được chấp nhận khi độ cong nhỏ hơn 1%. Kết quả ứng suất - biến dạng của bước đó được chấp nhận là kết quả cuối cùng và bài toán tính toán trạng thái ứng suất biến dạng của mặt cắt kết cấu được kết thúc.

Thực hành tính toán với dầm chịu uốn xiên như trên, quá trình chia nhỏ mặt cắt tiết diện như hình 6, hệ tọa độ chọn và tọa độ trọng tâm các phần tử thể hiện như trên hình 7, gốc tọa độ O được chọn ở góc bên trái phía trên tiết diện, trục X là trục đứng hướng xuống, trục Y là trục ngang.



Hình 6. Chia nhỏ phần tử tiết diện

Hình 7. Tọa độ các phần tử

## KẾT CẤU - CÔNG NGHỆ XÂY DỰNG

Vì là tiết diện hình chữ nhật nên ta sẽ dễ dàng xác định được các thông số về kích thước, diện tích, tọa độ trọng tâm của các phần tử, trên trục x được chia làm 12 phần, trên trục y là 7 phần. Để đơn giản hóa các tác giả đã đề xuất sử dụng phép toán ma trận để xử lý yêu cầu và chúng được thành lập trong phần mềm Mathcad 15.

Mô men lớn nhất giữa dầm được chọn giá trị  $M = 5 \cdot 10^6 \text{ N.mm}$ , các giá trị tương ứng  $M_x = -4.698 \cdot 10^6 \text{ N.mm}$ ,  $M_y = 1.71 \cdot 10^6 \text{ N.mm}$ , (với giả thiết góc nghiêng của lực tác dụng  $P_0$  bằng  $20^\circ$ ) lực dọc  $N = 0$ . Với các tham số  $m = 12$ ,  $n = 7$  ta có ma trận kích thước các phần tử bê tông theo trục X và trục Y như sau:

```
Xb := for i ∈ 1..m
      for j ∈ 1..n
        Xbi,j ← 17 if i = 1
        Xbi,j ← 6 if i = 2
        Xbi,j ← 12 if i = 3
        Xbi,j ← 10 if i = 9
        Xbi,j ← 10 if i = 11
        Xbi,j ← 15 if i = 12
        Xbi,j ← 25 otherwise
      Xb
```

```
Yb := for i ∈ 1..m
      for j ∈ 1..n
        Ybi,j ← 15 if j = 1 ∨ j = 7
        Ybi,j ← 10 if j = 2 ∨ j = 6 ∨ j = 4
        Ybi,j ← 30 if j = 3 ∨ j = 5
      Yb
```

Ma trận khoảng cách từ các tâm của các phần tử đến các trục tọa độ và ma trận diện tích bê tông:

```
Zbx := for i ∈ 1..m
        for j ∈ 1..n
          Zbxi,j ← 8 if i = 1
          Zbxi,j ← 20 if i = 2
          Zbxi,j ← 29 if i = 3
          Zbxi,j ← 47 if i = 4
          Zbxi,j ← 72 if i = 5
          Zbxi,j ← 97 if i = 6
          Zbxi,j ← 122 if i = 7
          Zbxi,j ← 147 if i = 8
          Zbxi,j ← 165 if i = 9
          Zbxi,j ← 182 if i = 10
          Zbxi,j ← 200 if i = 11
          Zbxi,j ← 213 if i = 12
        Zbx
```

```
Zby := for i ∈ 1..m
        for j ∈ 1..n
          Zbyi,j ← 8 if j = 1
          Zbyi,j ← 20 if j = 2
          Zbyi,j ← 40 if j = 3
          Zbyi,j ← 60 if j = 4
          Zbyi,j ← 80 if j = 5
          Zbyi,j ← 100 if j = 6
          Zbyi,j ← 113 if j = 7
        Zby
```

$$\begin{array}{l}
 \text{Ab} := \left| \begin{array}{l}
 \text{for } i \in 1..m \\
 \quad \text{for } j \in 1..n \\
 \quad \quad \left| \begin{array}{l}
 \text{Ab}_{i,j} \leftarrow \text{Xb}_{i,j} \cdot \text{Yb}_{i,j} \\
 \text{Ab}_{i,j} \leftarrow \text{Ab}_{i,j} - \text{As}_{i,j}
 \end{array} \right. \\
 \text{Ab}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Ma trận mô đun đàn hồi và diện tích cốt thép, các vị trí không có cốt thép thì bằng 0.

$$\begin{array}{l}
 \text{Es} := \left| \begin{array}{l}
 \text{for } i \in 1..m \\
 \quad \text{for } j \in 1..n \\
 \quad \quad \left| \begin{array}{l}
 \text{Es}_{i,j} \leftarrow \text{Es}92 \text{ if } (i = 9 \wedge j = 2) \vee (i = 11 \wedge j = 2) \vee (i = 11 \wedge j = 4) \vee i = 11 \wedge j = 6 \\
 \text{Es}_{i,j} \leftarrow \text{Es}22 \text{ if } (i = 2 \wedge j = 6) \vee i = j = 2 \\
 \text{Es}_{i,j} \leftarrow 0 \text{ otherwise}
 \end{array} \right. \\
 \text{Es} \\
 \text{As} := \left| \begin{array}{l}
 \text{for } i \in 1..m \\
 \quad \text{for } j \in 1..n \\
 \quad \quad \left| \begin{array}{l}
 \text{As}_{i,j} \leftarrow \text{As}92 \text{ if } (i = 9 \wedge j = 2) \vee (i = 11 \wedge j = 2) \vee (i = 11 \wedge j = 4) \vee i = 11 \wedge j = 6 \\
 \text{As}_{i,j} \leftarrow \text{As}22 \text{ if } (i = 2 \wedge j = 6) \vee i = j = 2 \\
 \text{As}_{i,j} \leftarrow 0 \text{ otherwise}
 \end{array} \right. \\
 \text{As}
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Ma trận biến dạng của các phần bê tông và cốt thép thu được như sau:

$$\varepsilon_b := \frac{1}{r_x} \cdot Z \cdot b_y + \frac{1}{r_y} \cdot Z \cdot b_x + \varepsilon_0$$

Ma trận biến dạng của các phần tử thép:

$$\begin{array}{l}
 \varepsilon_s := \left| \begin{array}{l}
 \text{for } i \in 1..m \\
 \quad \text{for } j \in 1..n \\
 \quad \quad \left| \begin{array}{l}
 \varepsilon_{s,i,j} \leftarrow \frac{1}{r_x} \cdot Z \cdot s_{y,i,j} + \frac{1}{r_y} \cdot Z \cdot s_{x,i,j} + \varepsilon_0 \text{ if } (i = 9 \wedge j = 2) \vee (i = 11 \wedge j = 2) \vee (i = 11 \wedge j = 4) \vee i = 11 \wedge j = 6 \\
 \varepsilon_{s,i,j} \leftarrow \frac{1}{r_x} \cdot Z \cdot s_{y,i,j} + \frac{1}{r_y} \cdot Z \cdot s_{x,i,j} + \varepsilon_0 \text{ if } (i = 2 \wedge j = 6) \vee i = j = 2 \\
 \varepsilon_{s,i,j} \leftarrow 0 \text{ otherwise}
 \end{array} \right. \\
 \varepsilon_s
 \end{array} \right.
 \end{array}$$

Ma trận ứng suất tương ứng trong các phần tử tiết diện bê tông và cốt thép:

$$\begin{array}{l}
 \sigma_b := \left| \begin{array}{l}
 \text{for } i \in 1..m \\
 \quad \text{for } j \in 1..n \\
 \quad \quad \left| \begin{array}{l}
 \sigma_{b,i,j} \leftarrow 0 \text{ if } \varepsilon_{b,i,j} < -3.5 \cdot 10^{-3} \vee \varepsilon_{b,i,j} > 15 \cdot 10^{-5} \\
 \sigma_{b,i,j} \leftarrow -R_b \text{ if } -3.5 \cdot 10^{-3} \leq \varepsilon_{b,i,j} \leq -1.5 \cdot 10^{-3} \\
 \sigma_{b,i,j} \leftarrow \varepsilon_{b,i,j} \cdot E_{bred} \text{ if } -(1.5 \cdot 10^{-3}) < \varepsilon_{b,i,j} \leq 0 \\
 \sigma_{b,i,j} \leftarrow \varepsilon_{b,i,j} \cdot E_{btred} \text{ if } 0 < \varepsilon_{b,i,j} \leq 8 \cdot 10^{-5} \\
 \sigma_{b,i,j} \leftarrow R_{bt} \text{ if } 8 \cdot 10^{-5} \leq \varepsilon_{b,i,j} \leq 15 \cdot 10^{-5}
 \end{array} \right. \\
 \sigma_b
 \end{array} \right.
 \end{array}$$